

## مقایسه روش‌های ناپارامتری مبتنی بر انتروپی در تقطیع تصاویر ماموگرافی

دکتر رحمان فرنوش<sup>۱</sup>، فاطمه آفاغلی<sup>۲</sup>

۱- استادیار گروه آمار، دانشگاه علم و صنعت ایران [r.farnoosh@iust.ac.ir](mailto:r.farnoosh@iust.ac.ir)

۲- کارشناسی ارشد آمار ریاضی، دانشکده ریاضی، دانشگاه علم و صنعت ایران [f.aghagoly71@gmail.com](mailto:f.aghagoly71@gmail.com)

### چکیده

ماموگرافی دقیق‌ترین روش در تشخیص به‌موقع سرطان سینه است؛ ولی باین‌حال، تفسیر و تشریح تصاویر حاصل از آن بسیار دشوار است. بر اساس آمار رسمی مرکز ملی سرطان، ۱۰ تا ۳۰ درصد غدد موجود در سینه‌ی بیمار، در این تصاویر به دلایل متعددی توسط پزشک، قابل تشخیص نیستند. هدف اصلی در این مقاله، شناسایی و جداسازی محدوده‌ی دقیق تومور در این تصاویر است. از آنجایی‌که انتروپی می‌تواند یک سطح خوبی از اطلاعات، برای توصیف تصویر ارائه دهد، در این مقاله، کارایی ۵ انتروپی شانون، میانگین، رنی، تی سالیس، کاپور و روش اتسو بر روی یک تصویر ماموگرافی استاندارد سالم تخریب‌شده برای تشخیص تومور ایجادشده، مورد بررسی قرار گرفته است. هم‌چنین برای حصول اطمینان بیشتر از درستی نتایج حاصل در این بررسی، عملکرد این روش‌ها بر روی یک تصویر ماموگرافی استاندارد متضمن بافت‌های سالم و سرطانی سینه نیز ارزیابی شده است. نتایج به‌دست‌آمده از تصویر سالم تخریب‌شده نشان می‌دهد که این روش‌ها تقطیع مناسبی را نتیجه می‌دهند و نتایج آن‌ها با نتایج به‌دست‌آمده از تصویر ناسالم مطابقت دارد و انتروپی میانگین در هر دو تصویر دارای بهترین عملکرد است. مزیت این انتروپی جدید در قیاس با روش‌های دیگر، دقت بالای آن در تشخیص تومور است.

**کلمات کلیدی:** انتروپی، انتروپی میانگین، اتسو، ایجاد تومور، تقطیع تصویر ماموگرافی.

### ۱. مقدمه

تقطیع تصویر را می‌توان به‌عنوان یکی از پرکاربردترین حوزه‌های پردازش تصویر در صنعت و پزشکی دانست. پردازش تصاویر پزشکی یکی از چالش‌برانگیزترین و ضروری‌ترین حوزه‌ها در تحقیقات امروزی است. این نوع پردازش، هم کاربرد ماشینی دارد هم کاربرد انسانی. از جمله کاربردهای انسانی تقطیع در تصویربرداری پزشکی عبارت است از جایی که تشخیص انواع بافت‌ها از یکدیگر و شناسایی تومورهای مهاجم با تصویربرداری عادی غیرممکن به نظر می‌رسد. تقطیع می‌تواند کمک قابل توجهی به دسته‌بندی انواع بافت‌ها و متعاقب آن تشخیص بهتر نماید.

تقطیع یکی از مشکل‌ترین کارها در پردازش تصویر است. این مرحله است که موفقیت یا شکست احتمالی تحلیل تصویر را تعیین می‌کند که یکی از کاربردهای مهم آن، جدا کردن شیء از زمینه است. الحدیدی\* و همکاران در سال ۲۰۰۷ در پژوهشی با عنوان "شناسایی سرطان سینه از روی تصاویر ماموگرام با استفاده از روش‌های پردازش تصویر" به این نتیجه رسیدند که در میان این روش‌ها، آستانه‌سازی ساده و سرعت بیشتری در یاری رساندن به پزشکان برای تشخیص سریع‌تر دارد. با اعمال یک روش آستانه‌گذاری بر روی تصویر خاکستری ماموگرافی، تصویری دودویی به دست می‌آید. در این صورت زمینه، مجموعه‌ای از پیکسل‌ها با روشنایی مقادیر کمتر از آستانه (به رنگ سیاه) درحالی‌که شیء (تومور) پیکسل‌هایی با روشنایی مقادیر بالاتر و مساوی آستانه (به رنگ سفید) است [۱].

تصویر تک‌رنگ (خاکستری) را می‌توان با انتخاب یک حد شدت آستانه تقطیع کرد. در میان حجم عظیمی از روش‌های آستانه، در این مقاله از الگوریتم‌های ناپارامتری مبتنی بر هیستوگرام استفاده شده است که امروزه توجه زیادی را به خود جذب کرده‌اند. در این الگوریتم‌ها، تقطیع تصاویر بر اساس توزیع پیکسل‌ها صورت می‌گیرد و هدف، یافتن سطح آستانه‌ای مناسب برای اعمال به تصویر است. ابوطالب [۲] در سال ۱۹۸۹ بیان کرد که در این الگوریتم‌ها، بر اساس توابع ارزیابی و با استفاده از سطوح خاکستری پیکسل‌های تصویر، اندازه‌گیری‌های مناسبی به دست می‌آید که در واقع به هر سطح خاکستری موجود در تصویر، احتمال سطح آستانه بودن، داده می‌شود و سطح آستانه واقعی بر اساس معیارهایی هم چون مینیمم و ماکسیمم کردن تابع ارزیابی به دست می‌آیند [۳]. تابع ارزیابی در این الگوریتم‌ها، انتروپی‌های شانون، میانگین، رنی، تی سالیس، کاپور و واریانس اتسو در نظر گرفته شده است که در بخش دوم به شرح آن‌ها پرداخته می‌شود. در بخش سوم نیز کارایی آن‌ها بر روی یک تصویر ماموگرافی استاندارد سالم تخریب‌شده مورد بررسی قرار گرفته است.

در تقطیع مؤثر در بیشتر موارد، به یک جواب قابل قبول می‌رسیم؛ بنابراین باید توجه زیادی معطوف افزایش احتمال دستیابی به تقطیع قابل اعتماد شود؛ اما ارزیابی این‌که آیا یک الگوریتم تقطیع دقیق‌تر از دیگری است؟ یا اینکه آیا آن الگوریتم را برای یک تصویر خاص می‌توان به کار برد یا به‌طور کلی برای مجموعه‌ای از تصاویر کاربرد دارد، کاری دشوار است. در بخش چهارم، برای حصول اطمینان بیشتر از درستی نتایج حاصل در این بررسی، عملکرد روش‌های بیان‌شده بر روی یک تصویر ماموگرافی استاندارد متضمن بافت‌های سالم و سرطانی سینه نیز مورد ارزیابی قرار گرفته است و میزان دقت این روش‌های کاربردی توسط روش مینیمم خطا سنجیده شده است. در نهایت نیز به نتیجه‌گیری پرداخته شده است.

## ۲. روش‌های ناپارامتری وابسته به هیستوگرام

الف. انتروپی: نظریه اطلاع یکی از شاخه‌های نوین علمی در ریاضیات کاربردی و مهندسی برق است که در آن اطلاع از نقطه نظر ریاضی کمی شده و مورد مطالعه قرار می‌گیرد. نظریه اطلاع بر علم آمار و احتمال مبتنی است که یک کمیت اساسی در آن انتروپی<sup>†</sup> است. با توجه به این نظریه، مفهوم انتروپی به‌عنوان شاخه‌ای از پردازش تصویر با برآورد مقدار اطلاعات یک تصویر معرفی می‌شود. در سال ۲۰۰۶ Al-Attas و El-Zaart [۴] بیان کردند اگرچه انتروپی به‌عنوان یک مقیاس اطلاع شناخته شده؛ اما این مقیاس به درجه معینی از موفقیت رسیده است که به‌عنوان یک مقیاس تجزیه (تقطیع)، اطلاعات به دو یا بیشتر از دو ناحیه متصل مجزا می‌کند. به دلیل این‌که انتروپی می‌تواند یک سطح خوبی از اطلاعات، برای توصیف تصویر ارائه دهد. در این صورت می‌تواند از توزیع سطوح خاکستری تصویر محاسبه شود و یک تقطیع مناسب برای

\* Alhadidi

† Entropy

تصویر به دست آید. این مقیاس می‌تواند سطوح خاکستری را در شکل‌گیری تصویر مشخص کند و اشیاء را از زمینه جدا کند. در واقع، انتروپی به‌عنوان معیاری برای اندازه‌گیری یکنواختی ویژگی پیکسل‌ها (روشنایی) در یک ناحیه تقسیم‌بندی و برای اندازه‌گیری پیچیدگی تقسیم تصویر به ناحیه‌های مختلف به کار می‌رود. ارزیابی یک تقطیع خوب توسط انتروپی به این شرح است که یکنواختی پیکسل‌ها در هر ناحیه تقسیم یعنی آستانه به حداکثر و در داخل ناحیه به حداقل برسد [۵]. برای یافتن آستانه مبتنی بر انتروپی، بیشترین حجم محاسبات مربوط به روش جستجوی کامل است. در روش جستجوی کامل، محاسبات لازم برای تمام پیکسل‌های تصویر و به ازای تمام سطوح خاکستری آن انجام می‌شود [۶]. استفاده از انتروپی برای تقطیع تصویر دارای دو مزیت اصلی است:

۱. اجرای آن کاری آسان است؛ زیرا در این صورت فقط نیاز به محاسبه مقدار انتروپی مربوط به هر رنگ تصویر و سپس تعیین مقدار آستانه بر اساس ماکسیمم یا مینیمم مقدار انتروپی استفاده شده، است.
۲. این روش مبتنی بر یک مفهوم قابل‌درکی است؛ زیرا انتروپی از ویژگی‌های بافت یک تصویر است. شدت پیکسل‌های مربوط به بافت، به دلیل بافت‌های مختلف تمایل دارند منجر به توزیع‌های مختلف از سطح خاکستری یا شدت رنگ شوند. به دلیل اینکه انتروپی نشان‌دهنده تراکم احتمالات است، این مقیاس به‌عنوان یک معیار مناسب، برای توصیف بافت به شمار می‌رود. به همین دلیل، تقطیع توسط حداکثر نظریه تصمیم‌گیری احتمال به دست می‌آید [۷]. مراحل انجام الگوریتم‌های موردنیاز در تقطیع تصاویر پزشکی را می‌توان به دودسته استخراج ویژگی‌ها و طبقه‌بندی پیکسل‌ها تقسیم‌بندی نمود.

به دلیل اینکه محاسبه مقادیر انتروپی و واریانس اتسو برای تصویر با محاسبه مقدار احتمالات سطوح خاکستری به دست می‌آید. توابع پایه در این روش، ماتریس احتمالات و سطوح خاکستری است. اگر احتمال هر سطح خاکستری  $\mathbf{r}_k$  در تصویر  $p_k$  باشد. در این صورت می‌توان احتمال رخداد یک پیکسل را به‌صورت زیر تعریف نمود:

$$p_k = \frac{n_k}{N \times M}, k = 0, \dots, L-1 \quad (1)$$

که  $n_k$  تعداد پیکسل‌ها در سطح خاکستری  $k$  و  $L$  تعداد سطوح خاکستری را نشان می‌دهند.  $M$  و  $N$  نیز به ترتیب نشان‌دهنده‌ی تعداد سطر و ستون در تصویر هستند [۸]. حال بعد از محاسبه ماتریس احتمالات، به محاسبه روش‌های مذکور پرداخته می‌شود که به شرح زیر است:

۱. انتروپی شانون: انتروپی برای اولین بار توسط شانون\* در سال ۱۹۴۸ [۹] و برای متغیرهای تصادفی گسسته تعریف شد که به انتروپی شانون معروف است. این انتروپی یک شاخص کلیدی در نظریه اطلاع است که هسته اصلی این نظریه را تشکیل می‌دهد و اندازه‌ای کلی‌تر و عمیق‌تر برای انتروپی است و برای تصویر به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$H = - \sum_{k=0}^{L-1} p_k \log p_k, k = 0, 1, \dots, L-1 \quad (2)$$

Pun [۱۰] برای اولین بار، مفهوم شانون را برای تعریف انتروپی از یک تصویر به کار برد. با این فرض که یک تصویر به‌طور کامل تنها توسط هیستوگرام سطوح خاکستری آن ارائه‌شده باشد. او سعی می‌کرد تابع انتروپی را با استفاده از توزیع سطوح خاکستری پیکسل‌های تصویر، ماکسیمم کند؛ اما تابع انتروپی زمانی ماکسیمم می‌شود که توزیع هیستوگرام تخت باشد؛ یعنی تعداد رخداد‌های سطوح خاکستری تصویر برابر باشند.

در سال‌های اخیر برای تعمیم انتروپی شانون برای متغیرهای تصادفی پیوسته چندین مدل پیشنهاد شده است که ۳ مدل آن‌ها توسط رنی<sup>†</sup>، تی سالیس<sup>‡</sup> و کاپور<sup>§</sup> بیان شد. در این سه مدل جداسازی پیکسل‌ها بدین‌صورت انجام می‌شود که با

\*Shannon

† Renyi

‡ Tsallis

§ Kapur

تعیین یک سطح خاکستری مشخص به‌عنوان آستانه  $t$ ، پیکسل‌هایی که دارای سطح خاکستری کوچک‌تر یا مساوی آستانه  $t$  باشند به کلاس  $A$  (زمینه) و پیکسل‌هایی که سطح خاکستری آن‌ها بیشتر از آستانه  $t$  باشد به کلاس  $B$  (تومور) نسبت داده می‌شوند که توزیع احتمال این دو کلاس به‌صورت زیر به دست می‌آیند.

$$p_A: \frac{p_0}{p(A)}, \frac{p_1}{p(A)}, \dots, \frac{p_t}{p(A)}, p(A) = \sum_{k=0}^t p_k \quad (۲)$$

$$p_B: \frac{p_{t+1}}{p(B)}, \frac{p_{t+2}}{p(B)}, \dots, \frac{p_{L-1}}{p(B)}, p(B) = \sum_{k=t+1}^{L-1} p_k \quad (۴)$$

۲. انتروپی رنی: با توجه به تعریف این انتروپی، توسط آلفردرنی در سال ۱۹۶۱، انتروپی رنی مرتبه دو بیشتر برای تصویر کاربرد دارد و به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$H_r(p) = -\log \sum_{k=0}^{L-1} (p_k)^r \quad (۵)$$

رنی، چانگ\* و یَن† [۱۱، ۱۲] انتروپی رنی کلاس‌های  $A$  و  $B$  را برای حالت دوبعدی بر طبق سطر و ستون، در تصویر محاسبه کردند؛ ولی در این مقاله برای حالت یک‌بعدی بر طبق سطوح خاکستری تصویر، محاسبه می‌شوند:

$$H_A(p) = -\log \sum_{k=0}^t \left( \frac{p_k}{p(A)} \right)^r, H_B(p) = -\log \sum_{k=t+1}^{L-1} \left( \frac{p_k}{p(B)} \right)^r \quad (۶)$$

برای تعیین آستانه بهینه در انتروپی رنی باید معادله زیر بهینه شود.

$$H_r(t) = H_A(p) + H_B(p) = -\log(R_A R_B) + r \log(p(A)p(B)) \quad (۷)$$

$$R_A = \sum_{k=0}^t p_k^r, R_B = \sum_{k=t+1}^{L-1} p_k^r.$$

۳. انتروپی تی سالیس: این انتروپی توسط تی سالیس در سال ۱۹۸۸ [۱۳، ۱۴] به‌صورت زیر تعریف شد.

$$S_T(P, \alpha) = \frac{1 - \sum_{k=0}^{L-1} p_k^\alpha}{\alpha - 1}, \alpha > 0, \alpha \neq 1 \quad (۸)$$

در این صورت داریم:

$$S_\alpha(A) = \frac{1 - \sum_{k=0}^t (p_k)^{\alpha}}{\alpha - 1}, S_\alpha(B) = \frac{1 - \sum_{k=t+1}^{L-1} (p_k)^{\alpha}}{\alpha - 1} \quad (۹)$$

$$S_\alpha(t) = S_\alpha(A) + S_\alpha(B) + (1 - \alpha) \cdot S_\alpha(A) \cdot S_\alpha(B) \quad (۱۰)$$

$$t_{Tsallis} = \operatorname{argmax}(S_\alpha(t)) \quad (۱۱)$$

۴. انتروپی کاپور: کاپور با همکاری ساهو و ونگ‡ برای تعیین آستانه بهینه بر اساس انتروپی، انتروپی کلاس‌های  $A$  و  $B$  را به‌صورت زیر محاسبه کرد:

$$\begin{aligned} H_A &= -\sum_{k=0}^t \frac{p_k}{p(A)} \log \frac{p_k}{p(A)} = -\frac{1}{p(A)} [\sum_{k=0}^t p_k \log p_k - p(A) \log p(A)] \\ &= \log p(A) + \frac{H(A)}{p(A)}, H(A) = \sum_{k=0}^t p_k \log p_k \end{aligned} \quad (۱۲)$$

$$H_B = -\sum_{k=t+1}^{L-1} \frac{p_k}{p(B)} \log \frac{p_k}{p(B)} = -\frac{1}{p(B)} [\sum_{k=t+1}^{L-1} p_k \log p_k - p(B) \log p(B)]$$

\* Chang

† Yen

‡ Sahoo and Wong

$$= \log p_{(B)} + \frac{H_{(B)}}{p_{(B)}}, \quad (13)$$

در نتیجه داریم:

$$f(t) = H_A + H_B = \log p_{(A)} p_{(B)} + \frac{H_{(A)}}{p_{(A)}} + \frac{H_{(B)}}{p_{(B)}}. \quad (14)$$

هر سطح خاکستری که  $f(t)$  را ماکسیمم کند، به‌عنوان آستانه بهینه در انتروپی کاپور انتخاب می‌شود [۱۵، ۱۶].  
۵. انتروپی میانگین: انتروپی میانگین یک نوع استانداردسازی اعمال شده بر روی انتروپی شانون برای مطابقت دادن حالت‌های گسسته با پیوسته است، درحالی‌که آن بسیاری از ویژگی‌های اساسی انتروپی شانون را حفظ می‌کند. به همین دلیل، انتروپی میانگین کلی‌تر از انتروپی شانون است در مفهوم اینکه تعریف آن شامل هر دو متغیر تصادفی گسسته و پیوسته می‌شود.

کیتنه\* و همکاران [۱۷] در سال ۲۰۱۶ با توجه به استدلال‌های جینز† (۱۹۶۳، ۱۹۶۸) [۱۸، ۱۹]، عواد و امین‡ (۱۹۸۷) [۲۰] برای تعریف این انتروپی، انتروپی میانگین امروزی را به‌صورت زیر تعریف کردند:

$$A(X) = -E\left(\log \frac{f(X)}{a_X}\right), a_X = E(f(x)) = \sum_x f^x(x) \quad (15)$$

و انتروپی میانگین برای تصویر به‌صورت زیر استدلال می‌شود:

$$A = \sum_{k=0}^{L-1} -p_k \frac{\log p_k}{p_k} = \sum_{k=0}^{L-1} \frac{-\log p_k}{p_k}, k = 0, 1, \dots, L-1 \quad (16)$$

از آنجایی که مقیاس انتروپی نسبی، یک فاصله نظریه اطلاعات بین دو توزیع احتمال است. با توجه به رابطه این مقیاس با انتروپی میانگین [۱۷، ۲۱]، انتروپی میانگین تصویر، فاصله بین توزیع احتمال تصویر اصلی (ورودی) و تصویر دودویی (خروجی) را اندازه‌گیری می‌کند. Li, Lee و Tam آستانه را به‌عنوان مینیمم فاصله در انتروپی نسبی در نظر گرفتند. پس آستانه بهینه در انتروپی میانگین تصویر به نحوی انتخاب می‌شود که این فاصله حداقل شود [۲۲]. در حالت کلی اگر نمودار انتروپی بیش از یک نقطه مینیمم یا ماکسیمم داشته باشد، در این صورت با توجه به این که ناحیه‌های مربوط به تومور، عمدتاً در ظاهر سفید هستند، انتخاب صحیح و منطقی برای تعیین مقدار آستانه به این صورت است که با استفاده از کمترین یا بیشترین مقدار انتروپی که به سطح خاکستری سفید نزدیک‌تر است اقدام به تعیین آستانه بهینه شود [۲۳].

ب. اتسو: اتسو§ روشی خودکار برای عمل آستانه گذاری بر اساس شکل هیستوگرام تصویر است. این روش، نیز مانند انتروپی به‌نوعی روشی برای تقطیع تصویر بر اساس یافتن آستانه بهینه  $t$  است. به‌نحوی که تصویر را به دو کلاس مجزا تقسیم نماید که کلاس یک مربوط به تومور (سفید) و کلاس صفر مربوط به زمینه (سیاه) است. منظور از آستانه بهینه در اینجا، یافتن مقداری از  $t$  است که حداکثر یکنواختی را در تابع شدت، در هر دو کلاس ایجاد کند و واریانس تابع توزیع شدت در پیکسل‌ها، مابین دو کلاس را که به‌صورت زیر تعریف می‌شود، مینیمم سازد.

$$\sigma_{otsu}^2 = \omega_0 \sigma_0^2 + \omega_1 \sigma_1^2 \quad (17)$$

$$\omega_0(t) = \sum_{k=0}^{t-1} p_k, \omega_1(t) = \sum_{k=t}^{L-1} p_k \quad (18)$$

$$\sigma_0^2 = \frac{\sum_{k=0}^{t-1} (k-\mu_0)^2 p_k}{\omega_0}, \mu_0(t) = \frac{\sum_{k=0}^{t-1} k p_k}{\omega_0} \quad (19)$$

\* Kittaneh

† Jaynes

‡ Awad and Ameen

§ Otsu

$$\sigma_{\gamma}^2 = \frac{\sum_{k=t_{otsu}+1}^{l-1} (k-\mu_{\gamma})^2 p_k}{\omega_{\gamma}}, \mu_{\gamma}(t) = \frac{\sum_{k=t_{otsu}+1}^{l-1} k p_k}{\omega_{\gamma}} \quad (20)$$

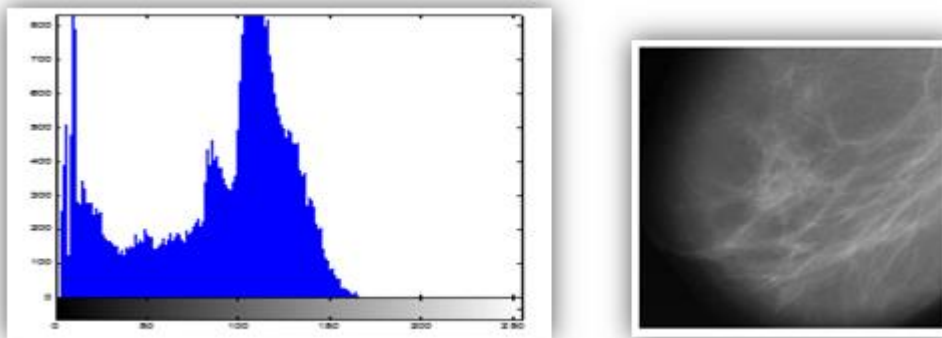
اتسو (۱۹۷۹) [۲۴] تابع ارزیابی در این روش را بر اساس میانگین و واریانس نقاط موجود در تصویر به صورت زیر به دست آورد و بیان داشت، سطح خاکستری از تصویر که رابطه مذکور را ماکسیمم کند، سطح آستانه تصویر است.

$$\sigma_b^{\gamma}(t) = \sigma^{\gamma} - \sigma_{otsu}^{\gamma}(t) = \omega_{\gamma}(t) \omega_{\gamma}(t) [\mu_{\gamma}(t) - \mu_{\gamma}(t)]^2 \quad (21)$$

روش آستانه گذاری اتسو، بیشتر برای جدا کردن شیء از زمینه به کار می‌رود؛ اما در اینجا بافت سینه به عنوان زمینه و تومور به عنوان شیء در نظر گرفته شده است؛ بنابراین در اجرای این الگوریتم، ابتدا بافت از زمینه جدا شده، سپس برای تعیین آستانه بهینه، نمودار تابع  $\sigma_b^{\gamma}(t)$  ترسیم می‌شود. به دلیل مقایسه آستانه‌های به دست آمده در هر الگوریتم، در این روش هر مقدار آستانه‌ای که برای بافت حاصل شود، ۶۶ واحد مربوط به زمینه به آن اضافه می‌شود.

### ۳. پیاده‌سازی روش‌های ناپارامتری روی تصویر ماموگرافی سالم تخریب‌شده

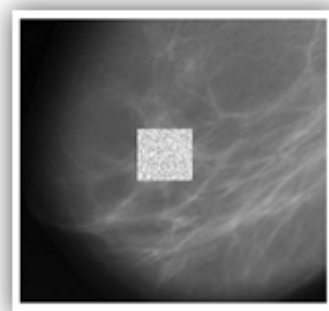
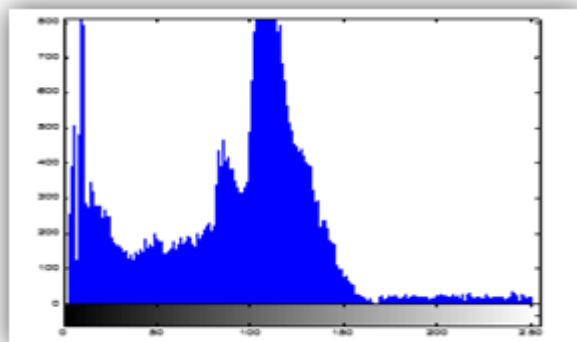
برای تأمین نیاز مطرح‌شده، یک تصویر پیوسته مینی ماموگرافی استاندارد سالم از پایگاه داده‌ی جامعه‌ی تحلیل تصاویر ماموگرافی کشور انگلیس (MIAS)\* که جزو منابع اطلاعاتی استاندارد و معتبر در این زمینه به شمار رفته، تهیه‌شده است (شکل ۱).



شکل ۱- تصویر ماموگرافی سالم و هیستوگرام آن

تصویر دریافتی از بانک اطلاعاتی MIAS یک تصویر فاقد توده و دارای اندازه‌ی  $223 \times 230$  با سطوح خاکستری  $r_k, k = 2, \dots, 168$  است. برای ایجاد توده در این بافت سالم، به صورت دلخواه پیکسل‌هایی که دارای موقعیت سطر  $i \in (90, 131)$  و ستون  $j \in (90, 131)$  هستند، انتخاب‌شده و به صورت تصادفی تغییر رنگ داده می‌شوند، این تغییرات تصادفی بین ۱۶۹ تا ۲۵۰ است. در حقیقت  $169 \leq r_k \leq 250$  ایجاد شده است (شکل ۲)؛ بنابراین انتظار می‌رود که بهترین آستانه در سطح ۱۶۹ رخ دهد و این مقدار آستانه به عنوان معیاری برای سنجش میزان دقت عملکرد روش‌های بیان‌شده قرار می‌گیرد.

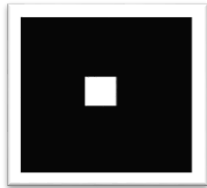
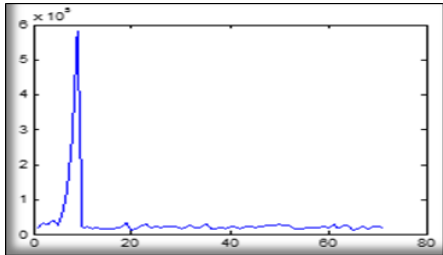

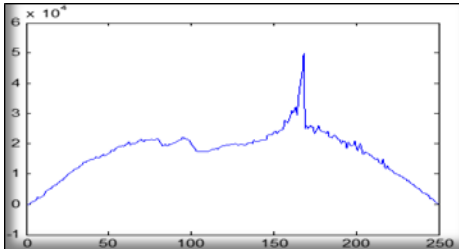

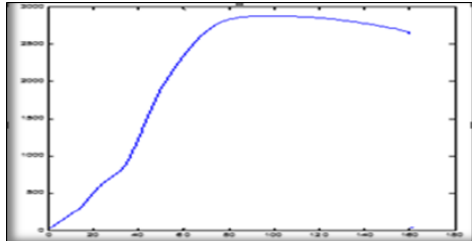
\* Mini-Mammographic Image Analysis Society

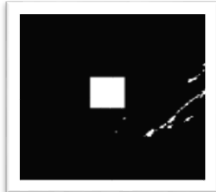
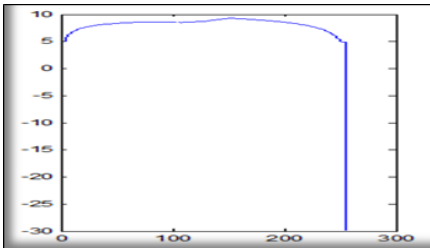

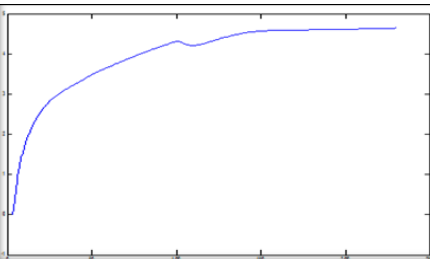

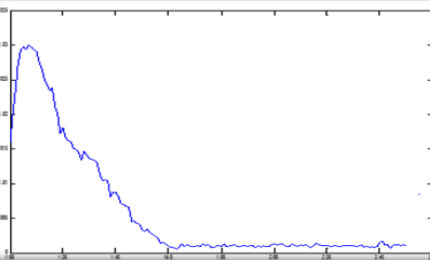


شکل ۲- تصویر ماموگرافی سالم تخریب‌شده و هیستوگرام آن

همان‌طور که در جدول ۱ مشاهده می‌شود، با توجه به معادله‌های به‌دست‌آمده برای روش‌های ناپارامتری بیان‌شده، نمودار آن‌ها ترسیم و پس از تعیین مقدار آستانه بهینه براساس اکستریم و اعمال آن بر روی تصویر سالم تخریب‌شده، تصویر تقطیع شده نمایش داده می‌شود. در این جدول، روش‌های تقطیع بر اساس عملکرد و میزان دقت آن‌ها، به ترتیب اولویت‌بندی شده‌اند.

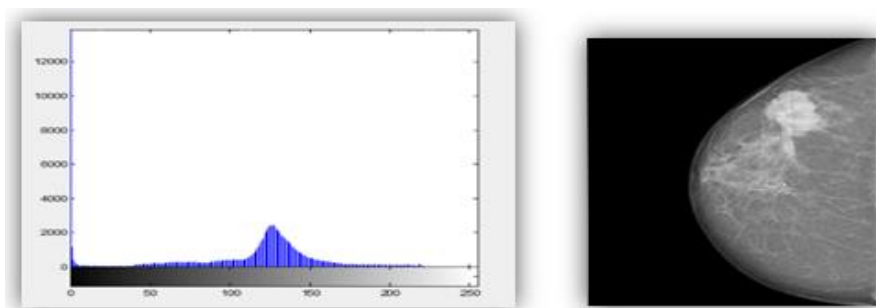
جدول ۱- تقطیع تصویر ماموگرافی سالم تخریب‌شده با تعیین سطح شدت نقطه اکستریم در نمودارهای انترپی و اتسو

تصویر تقطیع شده	نمودار	روش
		انترپی میانگین $t = 169$ $min = 0.2002$
		انترپی تی سالیس $t = 168$ $max = 5.0149$
		اتسو $t = 100 + 66 = 166$ $max = 2.9169$

		<p>انتروی کاپور</p> <p><math>t = 153</math></p> <p><math>\max = 9/1925</math></p>
		<p>انتروی رنی</p> <p><math>t = 150</math></p> <p><math>\max = 4/5891</math></p>
		<p>انتروی شانون</p> <p><math>t = 107</math></p> <p><math>\max = 0/03</math></p>

#### ۴. پیاده‌سازی روش‌های ناپارامتری روی تصویر ماموگرافی دارای تومور

تصویر دریافتی از بانک اطلاعاتی MIAS در این بخش، یک تصویر ماموگرافی استاندارد متضمن بافت‌های سالم و سرطانی سینه با اندازه  $400 \times 451$  و سطوح خاکستری  $k = 1, \dots, 255$  است (شکل ۳).



شکل ۳- تصویر ماموگرافی دارای تومور و هیستوگرام آن

برای سنجش میزان دقت عملکرد و اولویت‌بندی الگوریتم‌هایی که بر روی تصویر ناسالم اعمال می‌شوند به معرفی روش مینیمم خطا برای تعیین مقدار آستانه معیار پرداخته می‌شود.



کیتلر و آی لینگ ورس\* [۲۵] تابع ارزیابی  $J(t)$  را به‌عنوان تابع خطا معرفی کردند و بیان داشتند که سطح خاکستری  $t$  که این تابع را مینیمم کند به‌عنوان آستانه بهینه برای تصویر است.

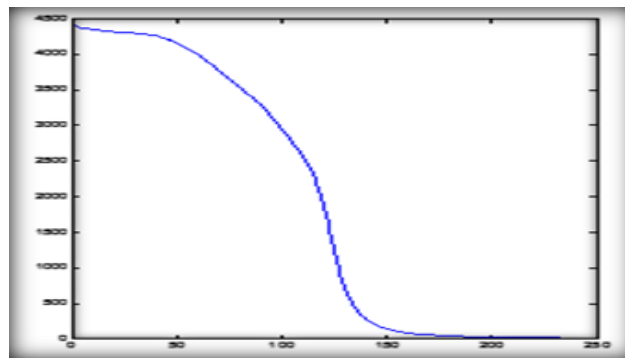
$$J(t) = 1 + \gamma \left\{ P_1(t) \log_{\sigma} \sigma_1(t) + P_2(t) \log_{\sigma} \sigma_2(t) \right\} - \gamma \left\{ P_1(t) \log_{\sigma} P_1(t) + P_2(t) \log_{\sigma} P_2(t) \right\} \quad (22)$$

داریم

$$\sigma_1^{-\gamma}(t) = \frac{\left\{ \sum_{k=0}^t (k - \mu_1(t))^{-\gamma} p_k \right\}}{P_1(t)}, P_1(t) = \sum_{k=0}^t p_k, \mu_1(t) = \frac{\left\{ \sum_{k=0}^t p_k k \right\}}{P_1(t)} \quad (23)$$

$$\sigma_2^{-\gamma}(t) = \frac{\left\{ \sum_{k=t+1}^{l-1} (k - \mu_2(t))^{-\gamma} p_k \right\}}{P_2(t)}, P_2(t) = \sum_{k=t+1}^{l-1} p_k, \mu_2(t) = \frac{\left\{ \sum_{k=t+1}^{l-1} p_k k \right\}}{P_2(t)} \quad (24)$$

بنابراین نمودار تابع  $J(t)$  برای تصویر مفروض به این صورت رسم می‌شود.




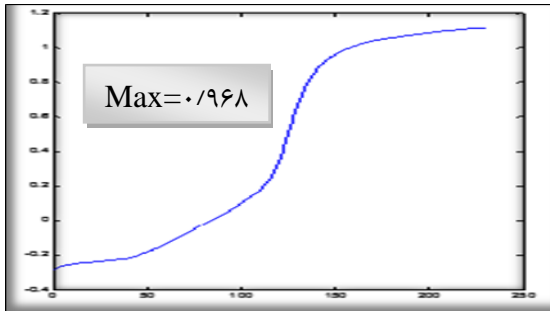
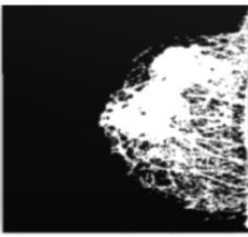
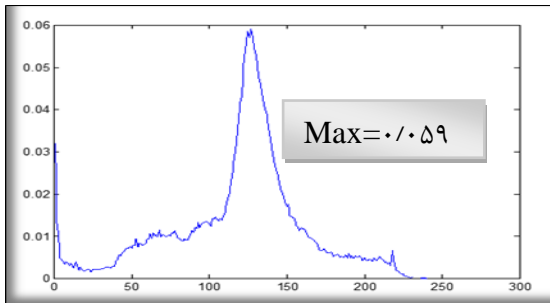
شکل ۴- نمودار تابع خطا برای تصویر ماموگرافی ناسالم مفروض

با توجه به نمودار خطا (شکل ۴) و محاسبات انجام‌شده در این الگوریتم کمترین خطا برابر با  $0.178\%$  و در سطح  $220$  رخ می‌دهد؛ بنابراین برای این تصویر انتظار می‌رود که بهترین آستانه در سطح  $220$  رخ دهد و این مقدار آستانه به‌عنوان معیاری برای سنجش میزان دقت روش‌های بیان‌شده قرار می‌گیرد که خطای کمتر معادل با میزان دقت بیشتر است. حال در جدول ۲ نمودار مربوط به هر الگوریتم برای تصویر ناسالم رسم می‌شود و با تعیین سطح شدت نقطه اکسترمم به‌عنوان آستانه بهینه و اعمال آن روی تصویر مفروض، تصویر تقطیع شده به‌عنوان خروجی نمایش داده می‌شود. در این جدول نیز الگوریتم‌های تقطیع به ترتیب اولویت آورده شده‌اند.

\* Kittler and Illingworth

جدول ۲- تقطیع تصویر ماموگرافی ناسالم با تعیین سطح شدت نقطه اکسترمم در نمودارهای انتروپی و اتسو

تصویر تقطیع شده	نمودار	روش
	 Min=0.0075	انتروپی میانگین $t = 218$
	 Max=2.5305	انتروپی تی سالیس $t = 180$
	 Max=2.8021	اتسو $t = 111 + 66 = 177$
	 Max=6.9824	انتروپی کاپور $t = 157$

		<p>انتروپی رنی <math>t = 150</math></p>
		<p>انتروپی شانون <math>t = 127</math></p>

همان‌طور که در شکل ۴ دیده می‌شود، نمودار  $J(t)$  دارای روندی نزولی است. ابتدای نمودار که مقادیر خطا مربوط به زمینه  $(0 \leq k \leq 66)$  هستند، دارای شیب تقریباً ثابتی است و مقدار خطا در این محدوده زیاد است، آن‌هم به این دلیل است که رنگ سیاه دارای خطای بیشتری است. از سطح شدت  $k > 66$ ، مقادیر خطا مربوط به بافت هستند که با افزایش  $k$  مقدار خطا کاهش می‌یابد. این روند کاهش در محدوده‌ی شدت  $66 < k < 150$  در نمودار با شیب تند اتفاق می‌افتد؛ اما از سطح شدت  $k = 150$  به بعد از شدت این شیب کاسته شده و روند تقریباً ثابتی را پی می‌گیرد. با افزایش  $k$  و کاهش کمتر خطا، مقادیر خطا به یکدیگر نزدیک‌تر می‌شوند تا اینکه خطا به مقدار مینیمم خود در  $k = 220$  دست پیدا می‌کند و از این سطح به بعد مقدار آن ثابت می‌ماند. نکته قابل‌توجه این خواهد بود که آستانه‌های بهینه به‌دست‌آمده برای کلیه الگوریتم‌های تقطیع به‌غیراز انتروپی شانون در محدوده‌ی  $150 \leq k < 220$  به‌دست‌آمده است. مقدار خطای مربوط به هر آستانه در جدول زیر آورده شده است.

جدول ۳- خطای مربوط به آستانه‌های بهینه حاصل‌شده در هر الگوریتم تقطیع

روش	مقدار خطا	آستانه
انتروپی میانگین	۰,۰۱۸۰	۲۱۸
انتروپی تی سالیس	۰,۰۴۰۴	۱۸۰
اتسو	۰,۰۴۴۲	۱۷۷

۱۵۷	۰,۰۹۶۷	انترپوی کاپور
۱۵۰	۰,۱۳۸۵	انترپوی رنی
۱۲۷	۱,۰۰۵۴	انترپوی شانون

همان‌طور که در جدول مشاهده می‌شود، انترپوی میانگین دارای کمترین خطا و انترپوی شانون دارای بیشترین خطا است.

##### ۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله، الگوریتم‌های ناپارامتری مبتنی بر انترپوی‌های شانون، رنی، تی سالیس، کاپور، میانگین و واریانس اتسو برای شناسایی و جداسازی محدوده‌ی دقیق تومور در تصاویر ماموگرافی، بر روی دو تصویر ماموگرافی، یکی سالم اما تخریب‌شده و دیگری ناسالم مورد ارزیابی قرار گرفتند. نتایج به‌دست‌آمده از تصویر سالم تخریب‌شده نشان می‌دهند که این روش‌ها تقطیع مناسبی را نتیجه می‌دهند و نتایج آن‌ها با نتایج به‌دست‌آمده از تصویر ناسالم مطابقت دارند که در این میان، انترپوی میانگین در هر دو تصویر دارای بهترین عملکرد و کمترین خطا است. مزیت این انترپوی جدید در قیاس با روش‌های دیگر، تعیین محدوده دقیق تومور است. روش‌های دیگر بیان‌شده نیز روش‌هایی قابل‌استفاده و مفید هستند و محل توده‌های موجود در تصاویر ماموگرافی مفروض به‌طور کامل نشان می‌دهند؛ اما بخش بیشتری را نسبت به تومور موجود در بافت نشان می‌دهند. الگوریتم‌های تی سالیس و اتسو نیز نسبت به الگوریتم‌های کاپور و رنی عملکرد بهتری دارند؛ اما انترپوی شانون دارای خطای زیادی است و روش چندان مناسبی برای تقطیع تصاویر مفروض به‌حساب نمی‌آید؛ بنابراین در مواردی که تعیین دقیق محدوده تومور در این تصاویر پزشکی به دلایل متعددی، توسط افراد خبره کاری دشوار است، انترپوی میانگین می‌تواند کمک خوبی به پزشکان برای جلوگیری از تشخیص اشتباه کند.

##### مراجع

- [1] Alhadidi B, Zu'bi MH, Suleiman HN. (2007), "Mammogram breast cancer image detection using image processing functions". *Information Technology Journal*, vol. 6, pp. 217-21.
- [2] A.S.ABUTALEB. (1989), "Automatic Thresholding of Gray Level Pictures Using Two Dimensional Entropy". *Computer Vision Graphics and Image Processing*, vol. 47, pp. 22-32.
- [3] D.MING and Y.H.CHEN. (1992), "A Fast Histogram Clustering Approach for Multi-Level Thresholding". *Pattern Recognition Letters* No.13.
- [4] Al-Attas, R. and El-Zaart, A. (2006), "Thresholding of Medical Images Using Minimum Cross Entropy". in *Kuala Lumpur International Conference On Biomedical Engineering*, Kuala Lumpur, Malaysia, pp. 312-315.
- [5] Sengur, A. Turkoglu, I. and Ince, M. (2006), "A Comparative Study On Entropic Thresholding Methods". *Journal of Electrical & Electronics Engineering*, vol. 6, pp. 183-188.

- [6] N.R.PAL and D.BHANDARI. (1993), "Image Thresholding: Some New Techniques". Signal Processing, vol. 33, pp.139-158.
- [7] T. Pun. (1980), "A new method for gray-level picture thresholding using the entropy of the histogram". Signal Process, vol. 2, pp. 223-237.
- [8] Rafael C. Gonzalez, Richard E Woods. (2002), "Digital Image Processing". Prentice Hall, pp. 220-235.
- [9] Shannon, C. E. (1948), "A Mathematical Theory of Communications". Bell System Technical Journal, vol. 27, pp. 379-423
- [10] T. Pun. (1981), "Entropic thresholding, a new approach". Computer Graphics and Image Processing, vol. 16, pp. 210-239.
- [11] F.J. Chang, J.C. Yen, S. Chang. (1995), "A new criterion for automatic multilevel thresholding". IEEE Trans. Image Process, vol. 4, pp. 370-378.
- [12] A. Renyi. "On measures of entropy and information", in: Proceedings of the Fourth Berkeley Symposium on Math. Statist. Prob. Vol. 1, 1960, University of California Press, Berkeley, 1961, pp. 547-561.
- [13] Tsallis, C. (1988), "Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics". J. Stat. Phys, vol. 52, pp. 480-487.
- [14] M.P. De Albuquerque, I.A. Esquef and A.R. Gesualdi Mell. (2004), "Image thresholding using Tsallis entropy". Pattern Recognition Letters, Vol. 25, PP. 1059 - 1065.
- [15] J. N. Kapur, P. K. Sahoo, and A. K. C. Wong. (1985), "A new method for gray-level picture thresholding using the entropy of the histogram, Comput". Vision Graphics Image Process, vol. 29, pp. 273-285.
- [16] T. Kurban, P. Civicioglu, R. Kurban, and E. Besdok. (2014), "Comparison of evolutionary and swarm based computational techniques for multilevel color image thresholding". Applied Soft Computing, vol. 23, pp. 128-143.
- [17] Omar A. Kittaneh, Mohammad A. U. Khan, Muhammed Akbar & Husam A. Bayoud. (2016), "Average Entropy: A New Uncertainty Measure with Application to Image Segmentation". The American Statistician, vol. 70, No.1, pp 18-24.
- [18] Jaynes, E. T. (1963), "Information Theory and Statistical Mechanics", in Statistical Physics, ed. K. Ford, New York: W. A. Benjamin, Inc. pp. 181-217.
- [19] Jaynes, E. T. (1968), "Prior Probabilities," IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics, SSC-4, pp. 227-241.
- [20] Awad, M. and Ameen, J. (1987), "Application of Entropy to a Life-Time Model", IMA Journal of Mathematical Control & Information, vol. 4, pp. 143-147
- [21] Pinsker, M. S. (1964), "Information and Information Stability of Random Variables and Processes", San Francisco, CA: Holden-Day (Originally published in Russian in 1960).
- [22] Li, C.H. Lee, C.K. (1993), "Minimum cross entropy thresholding". Pattern Recognition, vol. 26, pp. 617-625.
- [23] Ferraro, M. Boccignone, G. and Caeili T. (1999), "On the Representation of Image Structures via Scale Space Entropy Conditions". IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 21, pp. 1199-1203.
- [24] N. Otsu. (1979), "A threshold selection method from gray-level histograms". IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Vol. 9, No. 1, pp. 62-66.
- [25] J. Kittler and J. Illingworth. (1986), "Minimum error thresholding". Pattern Recognit, vol.19, pp. 41-47.