

مقایسه روش‌های ناپارامتری مبتنی بر آنتروپی در تقطیع تصاویر ماموگرافی

فاطمه آقاگلی^۱، رحمان فرنوش^{۲*}

۱- دانشجوی دکتری، ۲- استاد، دانشگاه علم و صنعت ایران

(دریافت: ۱۳۹۷/۰۸/۲۵ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۷/۰۲)

چکیده

ماموگرافی دقیق‌ترین روش در تشخیص به‌موقع سرطان سینه است؛ ولی با این حال، تفسیر و تشریح تصاویر حاصل از آن بسیار دشوار است. بر اساس آمار رسمی مرکز ملی سرطان، ۱۰ تا ۳۰ درصد غدد موجود در سینه بیمار، در این تصاویر به دلایل متعددی توسط پزشک، قابل تشخیص نیستند. هدف اصلی در این مقاله، شناسایی و جداسازی محدوده دقیق تومور در این تصاویر است. از آنجایی که آنتروپی می‌تواند یک سطح خوبی از اطلاعات، برای توصیف تصویر ارائه دهد، در این مقاله، کارایی ۵ آنتروپی شانون، میانگین، رنی، تی سالیس، کاپور و روش اتسو بر روی یک تصویر ماموگرافی استاندارد سالم تخریب‌شده برای تشخیص تومور ایجادشده، مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین برای حصول اطمینان بیشتر از درستی نتایج حاصل در این بررسی، عملکرد این روش‌ها بر روی یک تصویر ماموگرافی استاندارد متضمن بافت‌های سالم و سرطانی سینه نیز ارزیابی شده است. نتایج به‌دست‌آمده از تصویر سالم تخریب‌شده نشان می‌دهد که این روش‌ها تقطیع مناسبی را نتیجه می‌دهند و نتایج آن‌ها با نتایج به‌دست‌آمده از تصویر ناسالم مطابقت دارد و آنتروپی میانگین در هر دو تصویر دارای بهترین عملکرد است. مزیت این آنتروپی جدید در قیاس با روش‌های دیگر، دقت بالای آن در تشخیص تومور است.

واژه‌های کلیدی: آنتروپی، آنتروپی میانگین، اتسو، ایجاد تومور، تقطیع تصویر ماموگرافی

۱- مقدمه

تقطیع تصویر را می‌توان به‌عنوان یکی از پرکاربردترین حوزه‌های پردازش تصویر در صنعت و پزشکی دانست. پردازش تصاویر پزشکی یکی از چالش‌برانگیزترین و ضروری‌ترین حوزه‌ها در تحقیقات امروزی است. این نوع پردازش، هم کاربرد ماشینی دارد هم کاربرد انسانی. از جمله کاربردهای انسانی تقطیع در تصویربرداری پزشکی عبارت است از جایی که تشخیص انواع بافت‌ها از یکدیگر و شناسایی تومورهای مهاجم با تصویربرداری عادی غیرممکن به نظر می‌رسد. تقطیع می‌تواند کمک قابل‌توجهی به دسته‌بندی انواع بافت‌ها و متعاقب آن تشخیص بهتر نماید. تقطیع یکی از مشکل‌ترین کارها در پردازش تصویر است. این مرحله است که موفقیت یا شکست احتمالی تحلیل تصویر را تعیین می‌کند که یکی از کاربردهای مهم آن، جدا کردن شیء از زمینه است. الحدیدی و همکاران در سال ۲۰۰۷ در پژوهشی با عنوان "شناسایی سرطان سینه از روی تصاویر ماموگرام با استفاده از روش‌های پردازش تصویر" به این نتیجه رسیدند که در میان این روش‌ها، آستانه سادگی و سرعت بیشتری در یاری‌رساندن به پزشکان برای تشخیص سریع‌تر دارد.

با اعمال یک روش آستانه‌گذاری بر روی تصویر خاکستری ماموگرافی، تصویری دودویی به دست می‌آید. در این صورت زمینه، مجموعه‌ای از پیکسل‌ها با روشنایی مقادیر کمتر از آستانه (به رنگ سیاه) درحالی‌که شیء (تومور) پیکسل‌هایی با روشنایی مقادیر بالاتر و مساوی آستانه (به رنگ سفید) است [۱]. تصویر تک‌رنگ (خاکستری) را می‌توان با انتخاب یک حد شدت آستانه تقطیع کرد. در میان حجم عظیمی از روش‌های آستانه، در این مقاله از الگوریتم‌های ناپارامتری مبتنی بر هیستوگرام استفاده شده است که امروزه توجه زیادی را به خود جذب کرده‌اند. در این الگوریتم‌ها، تقطیع تصاویر بر اساس توزیع پیکسل‌ها صورت می‌گیرد و هدف، یافتن سطح آستانه‌ای مناسب برای اعمال به تصویر است. ابوطالب [۲] در سال ۱۹۸۹ بیان کرد که در این الگوریتم‌ها، بر اساس توابع ارزیابی و با استفاده از سطوح خاکستری پیکسل‌های تصویر، اندازه‌گیری‌های مناسبی به دست می‌آید که در واقع به هر سطح خاکستری موجود در تصویر، احتمال سطح آستانه بودن، داده می‌شود و سطح آستانه واقعی بر اساس معیارهایی هم چون کمینه و بیشینه کردن تابع ارزیابی به دست می‌آیند [۳]. تابع ارزیابی در این الگوریتم‌ها، آنتروپی‌های شانون، میانگین، رنی، تی سالیس، کاپور و واریانس اتسو در نظر گرفته شده است که در بخش دوم به شرح آن‌ها پرداخته می‌شود.

پیکسل‌های تصویر و به ازای تمام سطوح خاکستری آن انجام می‌شود [۶]. استفاده از آنتروپی برای تقطیع تصویر دارای دو مزیت اصلی است:

۱. اجرای آن کاری آسان است؛ زیرا در این صورت فقط نیاز به محاسبه مقدار آنتروپی مربوط به هر رنگ تصویر و سپس تعیین مقدار آستانه بر اساس ماکسیمم یا کمینه مقدار آنتروپی استفاده شده است.

۲. این روش مبتنی بر یک مفهوم قابل درکی است؛ زیرا آنتروپی از ویژگی‌های بافت یک تصویر است.

شدت پیکسل‌های مربوط به بافت، به دلیل بافت‌های مختلف تمایل دارند منجر به توزیع‌های مختلف از سطح خاکستری یا شدت رنگ شوند. به دلیل اینکه آنتروپی نشان‌دهنده تراکم احتمالات است، این مقیاس به‌عنوان یک معیار مناسب، برای توصیف بافت به شمار می‌رود. به همین دلیل، تقطیع توسط حداکثر نظریه تصمیم‌گیری احتمال به‌دست می‌آید [۷]. مراحل انجام الگوریتم‌های مورد نیاز در تقطیع تصاویر پزشکی را می‌توان به دودسته استخراج ویژگی‌ها و طبقه‌بندی پیکسل‌ها تقسیم‌بندی نمود. به دلیل این که محاسبه مقادیر آنتروپی و واریانس اتسو برای تصویر با محاسبه مقدار احتمالات سطوح خاکستری به دست می‌آید. توابع پایه در این روش، ماتریس احتمالات و سطوح خاکستری است. اگر احتمال هر سطح خاکستری Γ_k در تصویر p_k باشد. در این صورت می‌توان احتمال رخداد یک پیکسل را به‌صورت زیر تعریف نمود:

$$p_k = \frac{n_k}{N \times M}, k = 0, \dots, L - 1 \quad (1)$$

n_k تعداد پیکسل‌ها در سطح خاکستری k و L تعداد سطوح خاکستری را نشان می‌دهند. M و N نیز به ترتیب نشان‌دهنده تعداد سطر و ستون در تصویر هستند [۸]. حال بعد از محاسبه ماتریس احتمالات، به محاسبه روش‌های مذکور پرداخته می‌شود که به شرح زیر است:

۱. آنتروپی شانون: آنتروپی برای اولین بار توسط شانون^۲ در سال ۱۹۴۸ [۹] و برای متغیرهای تصادفی گسسته تعریف شد که به آنتروپی شانون معروف است. این آنتروپی یک شاخص کلیدی در نظریه اطلاع است که هسته اصلی این نظریه را تشکیل می‌دهد و اندازه‌ای کلی‌تر و عمیق‌تر برای آنتروپی است و برای تصویر به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$H = - \sum_{k=0}^{L-1} p_k \log p_k, k = 0, 1, \dots, L - 1 \quad (2)$$

Pun [۱۰] برای اولین بار، مفهوم شانون را برای تعریف آنتروپی از یک تصویر به کار برد. با این فرض که یک تصویر به‌طور کامل

در بخش سوم نیز کارایی آن‌ها بر روی یک تصویر ماموگرافی استاندارد سالم تخریب‌شده مورد بررسی قرار گرفته است. در تقطیع مؤثر در بیشتر موارد، به یک جواب قابل قبول می‌رسیم؛ بنابراین، باید توجه زیادی معطوف افزایش احتمال دستیابی به تقطیع قابل اعتماد شود؛ اما ارزیابی این که آیا یک الگوریتم تقطیع دقیق‌تر از دیگری است؟ یا اینکه آیا آن الگوریتم را برای یک تصویر خاص می‌توان به کاربرد یا به‌طور کلی برای مجموعه‌ای از تصاویر کاربرد دارد، کاری دشوار است. در بخش چهارم، برای حصول اطمینان بیشتر از درستی نتایج حاصل در این بررسی، عملکرد روش‌های بیان‌شده بر روی یک تصویر ماموگرافی استاندارد متضمن بافت‌های سالم و سرطانی سینه نیز مورد ارزیابی قرار گرفته است و میزان دقت این روش‌های کاربردی توسط روش کمینه خطا سنجیده شده است. در نهایت نیز به نتیجه‌گیری پرداخته شده است.

۲- روش‌های ناپارامتری وابسته به هیستوگرام

الف. آنتروپی: نظریه اطلاع یکی از شاخه‌های نوین علمی در ریاضیات کاربردی و مهندسی برق است که در آن اطلاع از نقطه نظر ریاضی کمی شده و مورد مطالعه قرار می‌گیرد. نظریه اطلاع بر علم آمار و احتمال مبتنی است که یک کمیت اساسی در آن آنتروپی^۱ است. با توجه به این نظریه، مفهوم آنتروپی به‌عنوان شاخه‌ای از پردازش تصویر با برآورد مقدار اطلاعات یک تصویر معرفی می‌شود. در سال ۲۰۰۶ El-Zaart و Al-Attas [۴] بیان کردند اگرچه آنتروپی به‌عنوان یک مقیاس اطلاع شناخته شده؛ اما این مقیاس به درجه معینی از موفقیت رسیده است که به‌عنوان یک مقیاس تجزیه (تقطیع)، اطلاعات به دو یا بیشتر از دو ناحیه متصل مجزا می‌کند. به دلیل این که آنتروپی می‌تواند یک سطح خوبی از اطلاعات، برای توصیف تصویر ارائه دهد. در این صورت می‌تواند از توزیع سطوح خاکستری تصویر محاسبه شود و یک تقطیع مناسب برای تصویر به دست آید. این مقیاس می‌تواند سطوح خاکستری را در شکل‌گیری تصویر مشخص کند و اشیاء را از زمینه جدا کند. در واقع، آنتروپی به‌عنوان معیاری برای اندازه‌گیری یکنواختی ویژگی پیکسل‌ها (روشنایی) در یک ناحیه تقسیم‌بندی و برای اندازه‌گیری پیچیدگی تقسیم تصویر به ناحیه‌های مختلف به کار می‌رود. ارزیابی یک تقطیع خوب توسط آنتروپی به این شرح است که یکنواختی پیکسل‌ها در هر ناحیه تقسیم یعنی آستانه به حداکثر و در داخل ناحیه به حداقل برسد [۵]. برای یافتن آستانه مبتنی بر آنتروپی، بیشترین حجم محاسبات مربوط به روش جستجوی کامل است. در روش جستجوی کامل، محاسبات لازم برای تمام

² Shannon

¹ Entropy

$$= -\log(R_A R_B) + \gamma \log(p(A)p(B)) \quad (7)$$

$$R_A = \sum_{k=.}^t p_k^\gamma, \quad R_B = \sum_{k=t+1}^{L-1} p_k^\gamma$$

۳. آنتروپی تی سالیس: این آنتروپی توسط تی سالیس در سال ۱۹۸۸ [۱۳، ۱۴] به صورت زیر تعریف شد.

$$S_T(P, \alpha) = \frac{1 - \sum_{k=.}^{L-1} p_k^\alpha}{\alpha - 1}, \quad \alpha > 0, \alpha \neq 1 \quad (8)$$

در این صورت داریم:

$$S_\alpha(A) = \frac{1 - \sum_{k=.}^t (p_A)^\alpha}{\alpha - 1},$$

$$S_\alpha(B) = \frac{1 - \sum_{k=t+1}^{L-1} (p_B)^\alpha}{\alpha - 1} \quad (9)$$

$$S_\alpha(t) =$$

$$S_\alpha(A) + S_\alpha(B) + (1 - \alpha) \cdot S_\alpha(A) \cdot S_\alpha(B) \quad (10)$$

$$t_{Tsallis} = \operatorname{argmax}(S_\alpha(t)) \quad (11)$$

۴. آنتروپی کاپور: کاپور با همکاری ساهو و ونگ^۶ برای تعیین آستانه بهینه بر اساس آنتروپی، آنتروپی کلاس های A و B را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$H_A = -\sum_{k=.}^t \frac{p_k}{p(A)} \log \frac{p_k}{p(A)} = -\frac{1}{p(A)} \left[\sum_{k=.}^t p_k \log p_k - p(A) \log p(A) \right]$$

$$= \log p(A) + \frac{H(A)}{p(A)},$$

$$H_{(A)} = \sum_{k=.}^t p_k \log p_k \quad (12)$$

$$H_B = -\sum_{k=t+1}^{L-1} \frac{p_k}{p(B)} \log \frac{p_k}{p(B)} = -\frac{1}{p(B)} \left[\sum_{k=t+1}^{L-1} p_k \log p_k - p(B) \log p(B) \right]$$

$$= \log p(B) + \frac{H(B)}{p(B)}, \quad (13)$$

در نتیجه داریم:

تنها توسط هیستوگرام سطوح خاکستری آن ارائه شده باشد. او سعی می کرد تابع آنتروپی را با استفاده از توزیع سطوح خاکستری پیکسل های تصویر، ماکسیمم کند؛ اما تابع آنتروپی زمانی ماکسیمم می شود که توزیع هیستوگرام تخت باشد؛ یعنی تعداد رخدادهای سطوح خاکستری تصویر برابر باشند.

در سال های اخیر برای تعمیم آنتروپی شانون برای متغیرهای تصادفی پیوسته چندین مدل پیشنهاد شده است که ۳ مدل آن ها توسط رنی^۱، تی سالیس^۲ و کاپور^۳ بیان شد. در این سه مدل جداسازی پیکسل ها بدین صورت انجام می شود که با تعیین یک سطح خاکستری مشخص به عنوان آستانه t ، پیکسل هایی که دارای سطح خاکستری کوچک تر یا مساوی آستانه t باشند به کلاس A (زمینه) و پیکسل هایی که سطح خاکستری آن ها بیشتر از آستانه t باشد به کلاس B (تومور) نسبت داده می شوند که توزیع احتمال این دو کلاس به صورت زیر به دست می آید.

$$p_A: \frac{p_0}{p(A)}, \frac{p_1}{p(A)}, \dots, \frac{p_t}{p(A)}, p(A) = \sum_{k=.}^t p_k \quad (3)$$

$$p_B: \frac{p_{t+1}}{p(B)}, \frac{p_{t+2}}{p(B)}, \dots, \frac{p_{L-1}}{p(B)}, p(B) = \sum_{k=t+1}^{L-1} p_k \quad (4)$$

۲. آنتروپی رنی: با توجه به تعریف این آنتروپی، توسط آلفرد رنی در سال ۱۹۶۱، آنتروپی رنی مرتبه دو بیشتر برای تصویر کاربرد دارد و به صورت زیر تعریف می شود:

$$H_\gamma(p) = -\log \sum_{k=.}^{L-1} (p_k)^\gamma \quad (5)$$

رنی، چانگ^۴ و یین^۵ [۱۱، ۱۲] آنتروپی رنی کلاس های A و B را برای حالت دوبعدی بر طبق سطر و ستون، در تصویر محاسبه کردند؛ ولی در این مقاله برای حالت یکبعدی بر طبق سطوح خاکستری تصویر، محاسبه می شوند:

$$H_A(p) = -\log \sum_{k=.}^t \left(\frac{p_k}{p(A)} \right)^\gamma,$$

$$H_B(p) = -\log \sum_{k=t+1}^{L-1} \left(\frac{p_k}{p(B)} \right)^\gamma \quad (6)$$

برای تعیین آستانه بهینه در آنتروپی رنی باید معادله زیر بیشینه شود.

$$H_\gamma(t) = H_A(p) + H_B(p)$$

¹ Renyi

² Tsallis

³ Kapur

⁴ Chang

⁵ Yen

⁶ Sahoo and Wong

سطح خاکستری سفید نزدیک‌تر است اقدام به تعیین آستانه بهینه شود [۲۳].

ب. اتسو^۵ روشی خودکار برای عمل آستانه‌گذاری بر اساس شکل هیستوگرام تصویر است. این روش، نیز مانند آنتروپی به‌نوعی روشی برای تقطیع تصویر بر اساس یافتن آستانه بهینه t است. به‌نحوی که تصویر را به دو کلاس مجزا تقسیم نماید که کلاس یک مربوط به تومور (سفید) و کلاس صفر مربوط به زمینه (سیاه) است. منظور از آستانه بهینه در اینجا، یافتن مقداری از t است که حداکثر یکنواختی را در تابع شدت، در هر دو کلاس ایجاد کند و واریانس تابع توزیع شدت در پیکسل‌ها، مابین دو کلاس را که به‌صورت زیر تعریف می‌شود، کمینه سازد.

$$\sigma_{otsu}^2 = \omega_0 \sigma_0^2 + \omega_1 \sigma_1^2 \quad (۱۷)$$

$$\omega_0(t) = \sum_{k=0}^{totsu} p_k$$

$$\omega_1(t) = \sum_{k=totsu+1}^{L-1} p_k \quad (۱۸)$$

$$\sigma_0^2 = \frac{\sum_{k=0}^{totsu} (k - \mu_0)^2 p_k}{\omega_0}$$

$$\mu_0(t) = \frac{\sum_{k=0}^{totsu} k p_k}{\omega_0} \quad (۱۹)$$

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum_{k=totsu+1}^{L-1} (k - \mu_1)^2 p_k}{\omega_1}$$

$$\mu_1(t) = \frac{\sum_{k=totsu+1}^{L-1} k p_k}{\omega_1} \quad (۲۰)$$

اتسو (۱۹۷۹) [۲۴] تابع ارزیابی در این روش را بر اساس میانگین و واریانس نقاط موجود در تصویر به‌صورت زیر به‌دست آورد و بیان داشت، سطح خاکستری از تصویر که رابطه مذکور را ماکسیمم کند، سطح آستانه تصویر است.

$$\begin{aligned} \sigma_b^2(t) &= \sigma^2 - \sigma_{otsu}^2(t) \\ &= \omega_0(t) \omega_1(t) [\mu_0(t) - \mu_1(t)]^2 \end{aligned} \quad (۲۱)$$

روش آستانه‌گذاری اتسو، بیشتر برای جدا کردن شیء از زمینه به‌کار می‌رود؛ اما در اینجا بافت سینه به‌عنوان زمینه و تومور

$$\begin{aligned} f(t) &= H_A + H_B \\ &= \log p_{(A)} p_{(B)} + \frac{H(A)}{p_{(A)}} + \frac{H(B)}{p_{(B)}} \end{aligned} \quad (۱۴)$$

هر سطح خاکستری که $f(t)$ را بیشینه کند، به‌عنوان آستانه بهینه در آنتروپی کاپور انتخاب می‌شود [۱۵، ۱۶].

۵. آنتروپی میانگین: آنتروپی میانگین^۱ یک نوع استانداردسازی اعمال شده بر روی آنتروپی شانون برای مطابقت دادن حالت‌های گسسته با پیوسته است، درحالی که آن بسیاری از ویژگی‌های اساسی آنتروپی شانون را حفظ می‌کند. به همین دلیل، آنتروپی میانگین کلی‌تر از آنتروپی شانون است در مفهوم این‌که تعریف آن شامل هر دو متغیر تصادفی گسسته و پیوسته می‌شود.

کیتانه^۲ و همکاران [۱۷] در سال ۲۰۱۶ با توجه به استدلال‌های جینز^۳ (۱۹۶۳، ۱۹۶۸) [۱۸، ۱۹]، عواد و امین^۴ (۱۹۸۷) [۲۰] برای تعریف این آنتروپی، آنتروپی میانگین امروزی را به‌صورت زیر تعریف کردند:

$$\begin{aligned} A(X) &= -E \left(\log \frac{f(X)}{a_X} \right), \\ a_X &= E(f(x)) = \sum_x f^2(x) \end{aligned} \quad (۱۵)$$

و آنتروپی میانگین برای تصویر به‌صورت زیر استدلال می‌شود:

$$\begin{aligned} A &= \sum_{k=0}^{L-1} -p_k \frac{\log p_k}{p_k^2} = \sum_{k=0}^{L-1} \frac{-\log p_k}{p_k}, \\ k &= 0, 1, \dots, L-1 \end{aligned} \quad (۱۶)$$

از آنجایی که مقیاس آنتروپی نسبی، یک فاصله نظریه اطلاعات بین دو توزیع احتمال است. با توجه به رابطه این مقیاس با آنتروپی میانگین [۲۱، ۱۷]، آنتروپی میانگین تصویر، فاصله بین توزیع احتمال تصویر اصلی (ورودی) و تصویر دودویی (خروجی) را اندازه‌گیری می‌کند. Li, Lee, و Tam آستانه را به‌عنوان کمینه فاصله در آنتروپی نسبی در نظر گرفتند. پس آستانه بهینه در آنتروپی میانگین تصویر به نحوی انتخاب می‌شود که این فاصله حداقل شود [۲۲]. در حالت کلی اگر نمودار آنتروپی بیش از یک نقطه کمینه یا ماکسیمم داشته باشد، در این صورت با توجه به این که ناحیه‌های مربوط به تومور، عمدتاً در ظاهر سفید هستند، انتخاب صحیح و منطقی برای تعیین مقدار آستانه به این صورت است که با استفاده از کمترین یا بیشترین مقدار آنتروپی که به

¹ Average Entropy

² Kittaneh

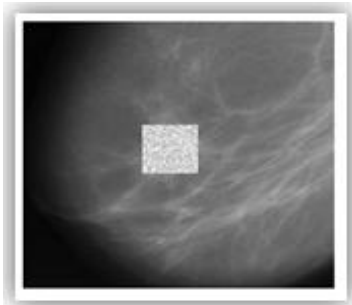
³ Jaynes

⁴ Awad and Ameen

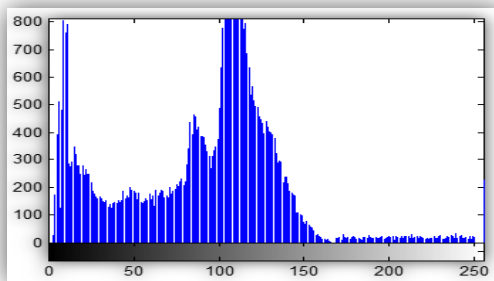
⁵ Otsu

برای ایجاد توده در این بافت سالم، به صورت دلخواه پیکسل‌هایی که دارای موقعیت سطر $(i, 131)$ و ستون $(90, 131)$ هستند، انتخاب شده و به صورت تصادفی تغییر رنگ داده می‌شوند، این تغییرات تصادفی بین ۱۶۹ تا ۲۵۰ است (شکل ۳).

همان‌طور که در شکل ۴ دیده می‌شود $169 \leq r_k \leq 250$ ایجاد شده است؛ بنابراین، انتظار می‌رود که بهترین آستانه در سطح ۱۶۹ رخ دهد و این مقدار آستانه به‌عنوان معیاری برای سنجش میزان دقت عملکرد روش‌های بیان‌شده قرار می‌گیرد.



شکل (۳): تصویر ماموگرافی سالم تخریب‌شده



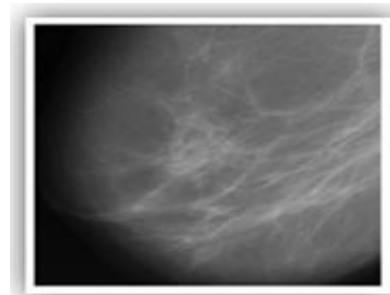
شکل (۴): هیستوگرام تصویر ماموگرافی سالم تخریب‌شده

همان‌طور که در جدول (۱) مشاهده می‌شود، با توجه به معادله‌های به‌دست‌آمده برای روش‌های ناپارامتری بیان‌شده، نمودار آن‌ها ترسیم و پس از تعیین مقدار آستانه بهینه بر اساس اکسترمم و اعمال آن بر روی تصویر سالم تخریب‌شده، تصویر تقطیع شده نمایش داده می‌شود. در این جدول، روش‌های تقطیع بر اساس عملکرد و میزان دقت آن‌ها، به ترتیب اولویت‌بندی شده‌اند.

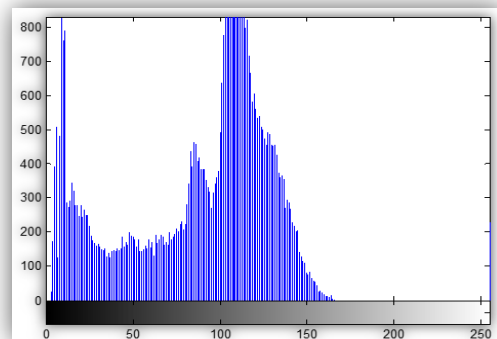
به‌عنوان شیء در نظر گرفته شده است؛ بنابراین، در اجرای این الگوریتم، ابتدا بافت از زمینه جدا شده، سپس برای تعیین آستانه بهینه، نمودار تابع $\sigma_b^2(t)$ ترسیم می‌شود. به دلیل مقایسه آستانه‌های به‌دست‌آمده در هر الگوریتم، در این روش هر مقدار آستانه‌ای که برای بافت حاصل شود، ۶۶ واحد مربوط به زمینه به آن اضافه می‌شود.

۳- پیاده‌سازی روش‌های ناپارامتری روی تصویر ماموگرافی سالم تخریب‌شده

برای تأمین نیاز مطرح‌شده، یک تصویر پیوسته مینی ماموگرافی استاندارد سالم از پایگاه داده جامعه تحلیل تصاویر ماموگرافی کشور انگلیس (MIAS)^۱ که جزو منابع اطلاعاتی استاندارد و معتبر در این زمینه به شمار رفته، تهیه شده است (شکل ۱). تصویر دریافتی از بانک اطلاعاتی MIAS یک تصویر فاقد توده و دارای اندازه $\Gamma_k (i = 230) \times (j = 233)$ با سطوح خاکستری $k = 3, \dots, 168$ است (شکل ۲).



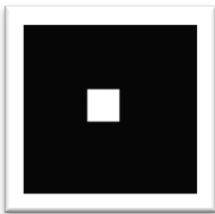
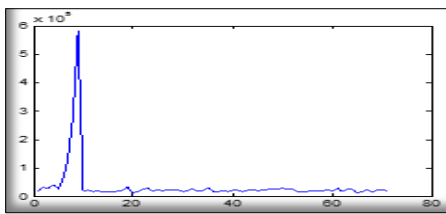

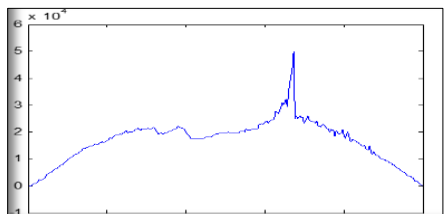

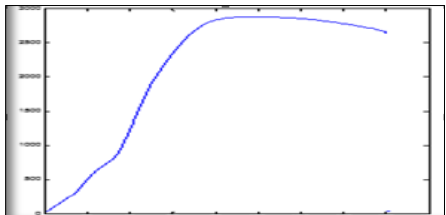

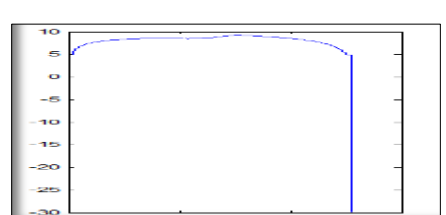

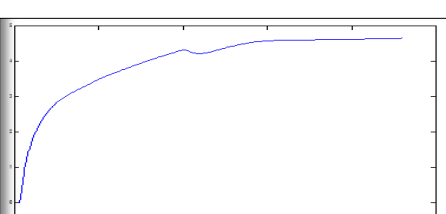

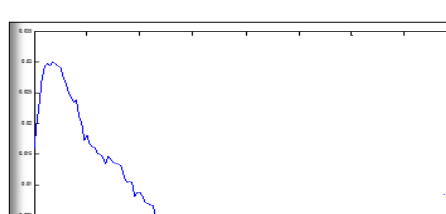
شکل (۱): تصویر ماموگرافی سالم



شکل (۲): هیستوگرام تصویر ماموگرافی سالم

^۱ Mini-Mammographic Image Analysis Society

جدول (۱): تقطیع تصویر ماموگرافی سالم تخریب شده با تعیین سطح شدت نقطه اکسترمم در نمودارهای آنروپی و اتسو

تصویر تقطیع شده	نمودار	روش
		آنروپی میانگین $t = 169$ $\min = 0,2002$
		آنروپی تی سالیس $t = 168$ $\max = 5/0149$
		اتسو $t = 100 + 66 = 166$ $\max = 209169$
		آنروپی کاپور $t = 153$ $\max = 9,1925$
		آنروپی رنی $t = 150$ $\max = 4,5891$
		آنروپی شانون $t = 107$ $\max = 0/03$

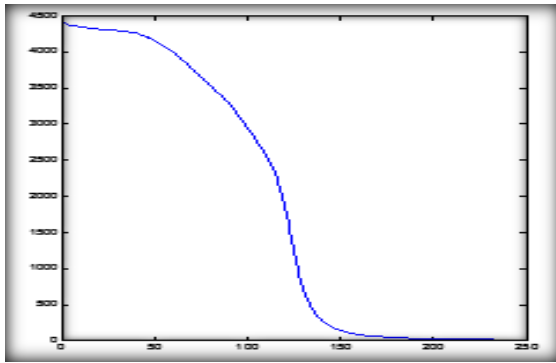
$$\sigma_{\gamma}(t) = \frac{\left\{ \sum_{k=0}^t (k - \mu_{\gamma}(t))^{\gamma} p_k \right\}}{P_{\gamma}(t)},$$

$$P_{\gamma}(t) = \sum_{k=0}^t p_k, \mu_{\gamma}(t) = \frac{\left\{ \sum_{k=0}^t p_k k \right\}}{P_{\gamma}(t)} \quad (23)$$

$$\sigma_{\gamma}(t) = \frac{\left\{ \sum_{k=t+1}^{l-1} (k - \mu_{\gamma}(t))^{\gamma} p_k \right\}}{P_{\gamma}(t)},$$

$$P_{\gamma}(t) = \sum_{k=t+1}^{l-1} p_k, \mu_{\gamma}(t) = \frac{\left\{ \sum_{k=t+1}^{l-1} p_k k \right\}}{P_{\gamma}(t)} \quad (24)$$

بنابراین، نمودار تابع $J(t)$ برای تصویر مفروض به این صورت رسم می شود.

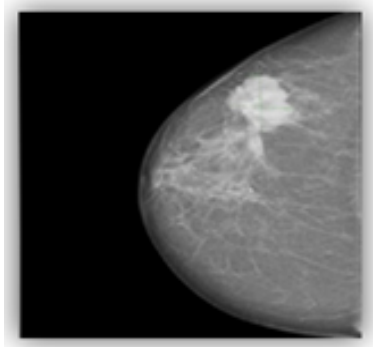


شکل (۷): نمودار تابع خطا برای تصویر ماموگرافی ناسالم مفروض

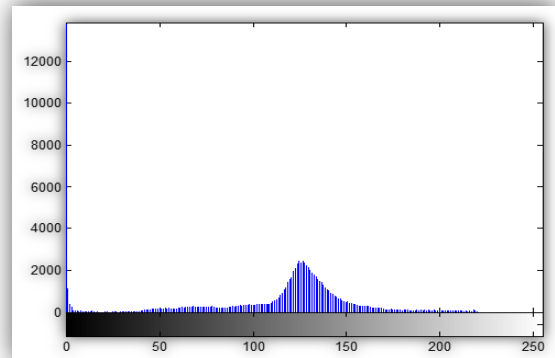
با توجه به نمودار خطا (شکل ۷) و محاسبات انجام شده در این الگوریتم کمترین خطا برابر با ۰/۰۱۷۸ و در سطح ۲۲۰ رخ می دهد؛ بنابراین، برای این تصویر انتظار می رود که بهترین آستانه در سطح ۲۲۰ رخ دهد و این مقدار آستانه به عنوان معیاری برای سنجش میزان دقت روش های بیان شده قرار می گیرد که خطای کمتر معادل با میزان دقت بیشتر است. حال در جدول (۲) نمودار مربوط به هر الگوریتم برای تصویر ناسالم رسم می شود و با تعیین سطح شدت نقطه اکسترمم به عنوان آستانه بهینه و اعمال آن روی تصویر مفروض، تصویر تقطیع شده به عنوان خروجی نمایش داده می شود. در این جدول نیز الگوریتم های تقطیع به ترتیب اولویت آورده شده اند.

۴- پیاده سازی روش های ناپارامتری روی تصویر ماموگرافی دارای تومور

تصویر دریافتی از بانک اطلاعاتی MIAS (شکل ۵)، یک تصویر ماموگرافی استاندارد متضمن بافت های سالم و سرطانی سینه با اندازه 451×400 و سطوح خاکستری $k = 1, \dots, 240$ است (شکل ۶).



شکل (۵): تصویر ماموگرافی دارای تومور



شکل (۶): هیستوگرام تصویر ماموگرافی دارای تومور

برای سنجش میزان دقت عملکرد و اولویت بندی الگوریتم هایی که بر روی تصویر ناسالم اعمال می شوند به معرفی روش کمینه خطا برای تعیین مقدار آستانه معیار پرداخته می شود.


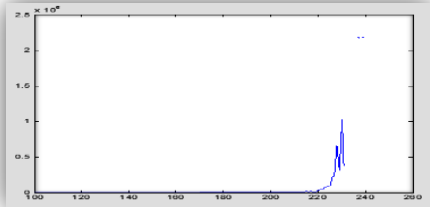

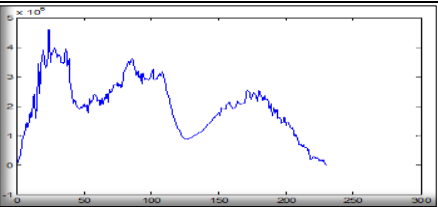

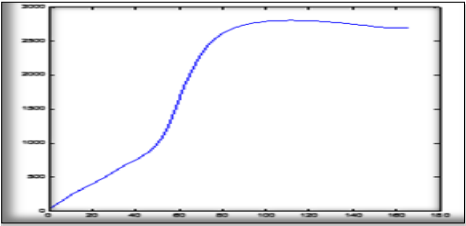

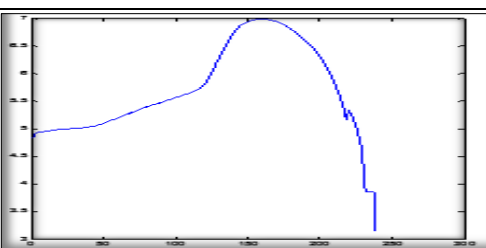
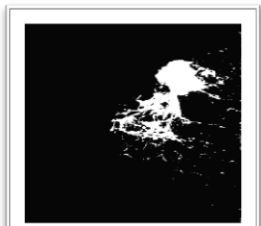
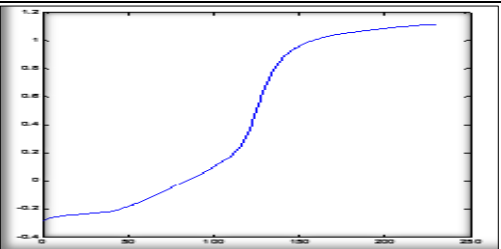
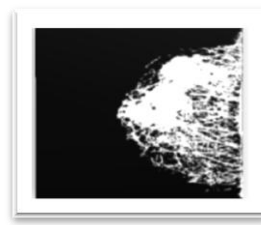
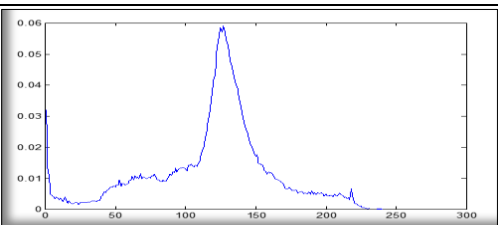
کیتلر و آی لینگ ورس^۱ [۲۵] تابع ارزیابی $J(t)$ را به عنوان تابع خطا معرفی کردند و بیان داشتند که سطح خاکستری t که این تابع را کمینه کند به عنوان آستانه بهینه برای تصویر است.

$$J(t) = 1 + \gamma \{ P_{\gamma}(t) \log_e \sigma_{\gamma}(t) + P_{\gamma}(t) \log_e \sigma_{\gamma}(t) \}$$

$$- \gamma \{ P_{\gamma}(t) \log_e P_{\gamma}(t) + P_{\gamma}(t) \log_e P_{\gamma}(t) \} \quad (22)$$

¹ Kittler and Illingworth

جدول (۲): تقطیع تصویر ماموگرافی ناسالم با تعیین سطح شدت نقطه اکسترمم در نمودارهای آنترویی و اتسو

تصویر تقطیع شده	نمودار	روش
		آنترویی میانگین $t = 218$ $\min = 0,0075$
		آنترویی تی سالیس $t = 180$ $\max = 2/5305$
		اتسو $t = 66+111=177$ $\max = 2,8021$
		آنترویی کاپور $t = 157$ $\max = 6/9824$
		آنترویی رنی $t = 150$ $\max = 0,968$
		آنترویی شانون $t = 127$ $\max = 0,059$

آنتروپی میانگین در هر دو تصویر دارای بهترین عملکرد و کمترین خطا است. مزیت این آنتروپی جدید در قیاس با روش های دیگر، تعیین محدوده دقیق تومور است. روش های دیگر بیان شده نیز روش هایی قابل استفاده و مفید هستند و محل توده های موجود در تصاویر ماموگرافی مفروض به طور کامل نشان می دهند؛ اما بخش بیشتری را نسبت به تومور موجود در بافت نشان می دهند. الگوریتم های تی سالیس و اتسو نیز نسبت به الگوریتم های کاپور و رنی عملکرد بهتری دارند؛ اما آنتروپی شانون دارای خطای زیادی است و روش چندان مناسبی برای تقطیع تصاویر مفروض به حساب نمی آید؛ بنابراین در مواردی که تعیین دقیق محدوده تومور در این تصاویر پزشکی به دلایل متعددی، توسط افراد خبره کاری دشوار است، آنتروپی میانگین می تواند کمک خوبی به پزشکان برای جلوگیری از تشخیص اشتباه کند.

۶- مراجع

- [1] B. Alhadidi, M. H. Zu'bi, and H. N. Suleiman, "Mammogram breast cancer image detection using image processing functions," *Information Technology Journal*, vol. 6, pp. 217-21, 2007.
- [2] A. S. Abutaleb, "Automatic Thresholding of Gray Level Pictures Using Two Dimensional Entropy," *Computer Vision Graphics and Image Processing*, vol. 47, pp. 22-32, 1989.
- [3] D. Ming and Y. H. Chen, "A Fast Histogram Clustering Approach for Multi-Level Thresholding," *Pattern Recognition Letters*, no. 13, 1992.
- [4] R. Al-Attas and A. El-Zaart, "Thresholding of Medical Images Using Minimum Cross Entropy," In *Kuala Lumpur International Conference On Biomedical Engineering*, Kuala Lumpur, Malaysia, pp. 312-315, 2006.
- [5] A. Sengur, I. Turkoglu, and M. Ince, "A Comparative Study On Entropic Thresholding Methods," *Journal of Electrical & Electronics Engineering*, vol. 6, pp. 183-188, 2006.
- [6] N. R. Pal and D. Bhandari, "Image Thresholding: Some New Techniques," *Signal Processing*, vol. 33, pp. 139-158, 1993.
- [7] T. Pun, "A new method for gray-level picture thresholding using the entropy of the histogram," *Signal Process*, vol. 2, pp. 223-237, 1980.
- [8] C. Rafael Gonzalez and R. E. Woods, "Digital Image Processing," Prentice Hall, pp. 220-235, 2002.
- [9] C. E. Shannon, "A Mathematical Theory of Communications," *Bell System Technical Journal*, vol. 27, pp. 379-423, 1948.
- [10] T. Pun, "Entropic thresholding, a new approach," *Computer Graphics and Image Processing*, vol. 16, pp. 210-239, 1981.
- [11] F. J. Chang, J. C. Yen, and S. Chang, "A new criterion for automatic multilevel thresholding," *IEEE Trans. Image Process*, vol. 4, pp. 370-378, 1995.
- [12] A. Renyi, "On measures of entropy and information," In: *Proceedings of the Fourth Berkeley Symposium on Math. Statist. Prob.*, vol. 1, University of California Press, Berkeley, pp. 547-561, 1961.
- [13] C. Tsallis, "Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics," *J. Stat. Phys*, vol. 52, pp. 480-487, 1988.

همان طور که در شکل (۷) دیده می شود، نمودار $J(t)$ دارای روندی نزولی است. ابتدای نمودار که مقادیر خطا مربوط به زمینه ($0 \leq k \leq 66$) هستند، دارای شیب تقریباً ثابتی است و مقدار خطا در این محدوده زیاد است، آن هم به این دلیل است که رنگ سیاه دارای خطای بیشتری است. از سطح شدت $k > 66$ ، مقادیر خطا مربوط به بافت هستند که با افزایش k مقدار خطا کاهش می یابد. این روند کاهش در محدوده ی شدت $66 < k < 150$ در نمودار با شیب تند اتفاق می افتد؛ اما از سطح شدت $k = 150$ به بعد از شدت این شیب کاسته شده و روند تقریباً ثابتی را پی می گیرد. با افزایش k و کاهش کمتر خطا، مقادیر خطا به یکدیگر نزدیک تر می شوند تا اینکه خطا به مقدار کمینه خود در $k = 220$ دست پیدا می کند و از این سطح به بعد مقدار آن ثابت می ماند. نکته قابل توجه این خواهد بود که آستانه های بهینه به دست آمده برای کلیه الگوریتم های تقطیع به غیر از آنتروپی شانون در محدوده $150 \leq k < 220$ به دست آمده است. مقدار خطای مربوط به هر آستانه در جدول (۳) آورده شده است.

جدول (۳): خطای مربوط به آستانه های بهینه حاصل شده در

هر الگوریتم تقطیع

روش	مقدار خطا	آستانه
آنتروپی میانگین	۰/۰۱۸۰	۲۱۸
آنتروپی تی سالیس	۰/۰۴۰۴	۱۸۰
اتسو	۰/۰۴۴۲	۱۷۷
آنتروپی کاپور	۰/۰۹۶۷	۱۵۷
آنتروپی رنی	۰/۱۳۸۵	۱۵۰
آنتروپی شانون	۱/۰۰۵۴	۱۲۷

همان طور که در جدول (۳) مشاهده می شود، آنتروپی میانگین دارای کمترین خطا و آنتروپی شانون دارای بیشترین خطا است.

۵- نتیجه گیری

در این مقاله، الگوریتم های ناپارامتری مبتنی بر آنتروپی های شانون، رنی، تی سالیس، کاپور، میانگین و واریانس اتسو برای شناسایی و جداسازی محدوده ی دقیق تومور در تصاویر ماموگرافی، بر روی دو تصویر ماموگرافی، یکی سالم اما تخریب شده و دیگری ناسالم مورد ارزیابی قرار گرفتند. نتایج به دست آمده از تصویر سالم تخریب شده نشان می دهند که این روش ها تقطیع مناسبی را نتیجه می دهند و نتایج آن ها با نتایج به دست آمده از تصویر ناسالم مطابقت دارند که در این میان،

- [14] M. P. De Albuquerque, I. A. Esquef, and A. R. Gesualdi Mell, "Image thresholding using Tsallis entropy," *Pattern Recognition Letters*, vol. 25, pp. 1059 – 1065, 2004.
- [15] J. N. Kapur, P. K. Sahoo, and A. K. C. Wong, "A new method for gray-level picture thresholding using the entropy of the histogram *Comput.*," *Vision Graphics Image Process*, vol. 29, pp. 273-285, 1985.
- [16] T. Kurban, P. Civicioglu, R. Kurban, and E. Besdok, "Comparison of evolutionary and swarm based computational techniques for multilevel color image thresholding," *Applied Soft Computing*, vol. 23, pp. 128-143, 2014.
- [17] O. A. Kittaneh, M. A. U. Khan, Muhammed Akbar & Husam A. Bayoud, "Average Entropy: A New Uncertainty Measure with Application to Image Segmentation," *The American Statistician*, vol. 70, no.1, pp. 18-24, 2016.
- [18] E. T. Jaynes, "Information Theory and Statistical Mechanics," In *Statistical Physics*, ed. K. Ford, New York: W. A. Benjamin, Inc., pp. 181–217, 1963.
- [19] E. T. Jaynes, "Prior Probabilities," *IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics*, SSC-4, pp. 227–241, 1963.
- [20] M. Awad and J. Ameen, "Application of Entropy to a Life-Time Model," *IMA Journal of Mathematical Control & Information*, vol. 4, pp. 143–147, 1987.
- [21] M. S. Pinsker, "Information and Information Stability of Random Variables and Processes," San Francisco, CA: Holden-Day (Originally published in Russian in 1960), 1964.
- [22] C. H. Li and C. K. Lee, "Minimum cross entropy thresholding," *Pattern Recognition*, vol. 26, pp. 617-625, 1993.
- [23] M. Ferraro, G. Boccignone, and T. Caeili, "On the Representation of Image Structures via Scale Space Entropy Conditions," *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 21, pp. 1199–1203, 1999.
- [24] N. Otsu, "A threshold selection method from gray-level histograms," *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, vol. 9, no. 1, pp. 62-66, 1979.
- [25] J. Kittler and J. Illingworth, "Minimum error thresholding," *Pattern Recognit*, vol. 19, pp. 41-47, 1986.