

طراحی و پیاده سازی یک روش هموار سازی داده های گیرنده GPS مبتنی بر فیلترهای FIR

هومان علائیان، سید محمدرضا موسوی میرکلانی^{*۲}

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، ۲- استاد، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه علم و صنعت ایران

(دریافت: ۱۳۹۷/۰۸/۲۵ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۷/۰۲)

چکیده

GPS سامانه موقعیت یاب ماهواره ای است که قادر می باشد طول، عرض و ارتفاع جغرافیایی را در هر نقطه دلخواه اندازه گیری نماید. در این سامانه مجموعه ای از خطاهای طبیعی و عمدی وجود دارند که سبب ایجاد ناهموازی در داده های دریافتی می شوند. هدف از این تحقیق، ارائه یک روش هموار سازی مبتنی بر فیلتر FIR است که پارامترهای آزاد آن با استفاده از داده های واقعی جمع آوری شده، بهینه می شوند. در پایان، روش پیشنهادی در بستر یک سخت افزار مناسب پیاده سازی خواهد شد.

واژه های کلیدی: GPS، هموار سازی داده ها، فیلتر FIR، شبیه سازی، پیاده سازی

۱- مقدمه

فیلترهای دیجیتال در حالت کلی به دو نوع IIR (پاسخ ضربه نامحدود) و FIR (پاسخ ضربه محدود) تقسیم بندی می شوند. در فیلترهای دیجیتال IIR، اساس طراحی این تبدیل ویژگی های این فیلترها از حوزه گسسته زمان به پیوسته زمان می باشد. فیلترهای IIR پیوسته در زمان بسیار پیشرفته تر بوده و بسیاری از روش های مفید طراحی پیوسته در زمان، روابط طراحی بسته و ساده ای دارند. در مقابل، در فیلترهای دیجیتال FIR، ایده طراحی این نوع از فیلترها با توجه به نام آن ها در محدود کردن پاسخ ضربه آن ها است. این نوع فیلترها به دلیل نداشتن قطب، ذاتا پایدار و سببی هستند و رابطه کلی آن به صورت رابطه (۱) می باشند.

$$y(n) = \sum_{m=0}^1 b_m \cdot x(n-m) \quad (1)$$

که در رابطه (۱)، ضرایب b همان ضرایب پاسخ ضربه فیلتر است [۴-۵].

۳- الگوریتم های هموار سازی

داده های دریافتی گیرنده GPS به دلیل عواملی که قبلا بیان شده است ممکن است دارای نویز بوده و یا در برخی از موارد، ناسازگاری بین داده ها وجود داشته باشد که هموار کردن داده ها به منظور کاهش نوسان موجود در آن ها به کار می رود. در ابتدا با سه روش هموار سازی داده ها آشنا می شویم [۶].

۳-۱- الگوریتم هموار ساز میانگین مجموع

این الگوریتم با استفاده از فرکانس و دامنه خطای حرکت جسم متحرک، نقطه داده جاری و نیز نقطه داده قبلی، نقطه داده فعلی

تعیین موقعیت و مکان جغرافیایی و زمان دقیق، همواره یکی از نیازهای اساسی بشر بوده است. این امر در زمینه های گوناگون از جمله کشتی رانی و در دهه های اخیر، هواپیمایی اهمیت قابل ملاحظه ای داشته است. بدین منظور تاکنون روش های گوناگونی ارائه شده که آخرین دستاورد فناوری در این زمینه، سامانه موقعیت یابی جهانی یا GPS^۲ می باشد. سامانه GPS از سه بخش ماهواره، کنترل و کاربر تشکیل شده است که در بخش کاربر، داده های دریافتی دچار خطاهایی همانند خطاهای مدار ماهواره، خطای ساعت ماهواره، خطای ساعت گیرنده، خطای تروپوسفر، خطای یونسفر و خطای چندمسیری می شود [۱-۲]. در این مقاله، هدف نهایی، سعی در کم کردن خطا به کمک الگوریتم هموار سازی با استفاده از فیلترهای FIR و مقایسه نتایج حاصله با سایر الگوریتم های هموار سازی دیگر می باشد.

۲- فیلترهای FIR

در فیلترهای دیجیتال چهار پارامتر اصلی، فرکانس باند عبور ω_p ، فرکانس باند قطع ω_s ، تلورانس باند عبور δ_p ، تلورانس باند قطع δ_s که ویژگی های فیلتر را بیان می کنند، وجود دارد. طراحی فیلترهای دیجیتال با توجه به خواسته های صورت مسئله با این چهار پارامتر اصلی تعریف و پیاده سازی می گردند [۳].

^۱ رایانامه نویسنده پاسخگو: M_Mosavi@iust.ac.ir

^۲ Global Positioning System

می‌دهد که کیفیت داده‌های حاصل شده بسیار خوب می‌باشد، حتی در شرایطی که خطای روی داده‌های گیرنده‌های GPS قوی است. الگوریتم‌های هموارسازی دیگر با نتایج خوب نیز وجود دارند، اما اغلب طراحی و پیاده‌سازی آنان گران است [۷-۸].

جدول (۱): ارزیابی داده‌های با استفاده از الگوریتم هموارسازی میانگین مجموع [۱].

پارامترها	مؤلفه موقعیت X	مؤلفه موقعیت Y	مؤلفه موقعیت Z
حداکثر	۶/۰۵۸۹	۴/۸۲۳۰	۳/۰۲۱۵
حداقل	-۰/۰۰۷۰	-۰/۰۱۴۳	-۳/۷۸۷۲
متوسط	-۰/۰۰۷۹	-۰/۰۶۵۰	-۰/۰۱۵۰
موثر	۲/۴۳۰۴	۲/۵۸۸۵	۱/۱۵۵۰

الگوریتم پیشنهاد شده، الگوریتم هموارسازی یک بعدی از پردازش سیگنال دیجیتال می‌باشد. می‌توان اثبات نمود که در محتوای نمونه دیجیتال از یک سیگنال فیزیکی پیوسته پالایش شود تا فواصل زمانی به اندازه کافی کوچک شده و دقت دامنه آن نیز به اندازه کافی بالا رود. اگر سیگنال نمونه برداری شده توسط خطا تخریب شود، ممکن است نوسان ممتد سیگنال از بین برود. بنابراین در محاسبات، خطای داده نمونه برداری شده در فواصل زمانی یکسان به صورت شمارشی پالایش می‌گردد. این الگوریتم هموارسازی به صورت زیر می‌باشد:

فرض کنید $2n + 1$ نقطه

$$P_{-n}, P_{-(n-1)}, \dots, P_{-1}, P_0, P_1, \dots, P_{n-1}, P_n$$

داده‌های نمونه برداری شده در فاصله‌های زمانی یکسان به صورت $S_{-n}, S_{-(n-1)}, \dots, S_{-1}, S_0, S_1, \dots, S_{n-1}, S_n$ باشند. اگر T فاصله زمانی بین هر دو نقطه نمونه مجاور باشد، داریم:

$$t_i = \frac{P_i - P_0}{T}, i = -n, \dots, +n \quad (۶)$$

$$t_{-n} = -n, t_{-(n-1)} = -(n-1), \dots, t_{-1} = -1, t_0 = 0,$$

$$t_1 = 1, \dots, t_{n-1} = n-1, t_n = n \quad (۷)$$

داده‌های نمونه برداری شده به صورت چندجمله‌ای غیرخطی از زمان است. بنابراین:

$$S(t) = C_0 + C_1 t + \dots + C_m t^m \quad (۸)$$

حال در چندجمله‌ای رابطه (۸)، باید ضریب $C_j (j = 1, \dots, m)$

هموار شده را به صورت بلادرنگ برای کاربر به دست می‌آورد. الگوریتم هموارسازی میانگین مجموع، یک عبارت ریاضی قابل پیاده‌سازی است که بر اساس مقدار داده جاری و داده‌های قبلی، مقدار داده جاری را حدس می‌زند. پارامترهای ورودی و خروجی این الگوریتم هموارسازی عبارتند از: x_0 : مقدار داده جاری از جسم در حال حرکت، x_n : مقدار داده قبلی با فاصله یک ثانیه، x_p : مقدار داده تصحیح شده، K_1 : مقدار ثابت اولین تفاضل، K_2 : مقدار ثابت برای دومین تفاضل، z_1 : اولین تفاضل جبران شده، z_2 : دومین تفاضل جبران شده.

الگوریتم، ابتدا میانگین داده جاری و چهار داده قبلی (x_0 تا x_4) را محاسبه می‌کند و سپس دومین میانگین از داده‌های قبلی (x_2 تا x_6) به دست آورده و از این دو مقدار برای تخمین داده جاری (x_{p1}) استفاده می‌نماید، مطابق رابطه (۲) داریم:

$$x_{p1} = \frac{1}{5}(2x_0 + 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - x_5 - x_6) \quad (۲)$$

به کارگیری این عبارت برای هموارسازی داده مناسب است، اما نسبت به حرکت واقعی جسم در حال حرکت، کند می‌باشد. برای جبران این عقب‌ماندگی، دو مؤلفه مطابق رابطه‌های (۳) و (۴) برای کاهش خطا اضافه می‌شود که اولی یک عدد ثابت ضربدر دومین تفاضل (یعنی شتاب) بوده و دومی یک عدد ثابت ضربدر اولین تفاضل (یعنی سرعت) نسبت به داده جاری است. داریم:

$$z_2 = K_2(x_0 - x_1 - x_5 + x_6) \quad (۳)$$

$$z_1 = K_1(x_0 - x_4) \quad (۴)$$

در نتیجه:

$$x_p = x_p - z_2 - z_1 \quad (۵)$$

این الگوریتم را در کلاس فیلتر زمانی گسسته غیربازگشتی می‌توان قرار داد. الگوریتم غیربازگشتی است، چون مقدار تخمین زده شده را در مسئله به کار نمی‌گیرد و محاسباتش را به صورت فیلتر دیجیتالی روی داده انجام می‌دهد، لذا گسسته می‌باشد. نتایج هموارسازی برای ۱۰۰۰ داده از به شرح جدول (۱) می‌باشد [۱].

۳-۲- الگوریتم هموارسازی حداقل مربعات

الگوریتم مطرح شده در این بخش، با استفاده از تخمین‌های حداقل مربعات و توابع غیرخطی، عمل هموارسازی را روی داده‌های گیرنده‌های GPS انجام می‌دهد. بر اساس این الگوریتم، الگویی با اندازه پوشش‌های مختلف به دست آمده است که می‌تواند در ضمن هموارسازی، اطلاعات مهم در داده‌های گیرنده‌های GPS را نیز فراهم کند. نتایج کسب شده نشان

$$\widehat{S}_{-1} = \frac{1}{35}(2S_{-2} + 27S_{-1} + 12S_0 - 8S_1 + 2S_2) \quad (14)$$

$$\widehat{S}_{-0} = \frac{1}{35}(-3S_{-2} + 12S_{-1} + 17S_0 + 12S_1 - 3S_2) \quad (15)$$

$$\widehat{S}_1 = \frac{1}{35}(2S_{-2} - 8S_{-1} + 12S_0 + 27S_1 + 2S_2) \quad (16)$$

$$\widehat{S}_2 = \frac{1}{70}(-S_{-2} + 4S_{-1} - 6S_0 + 4S_1 + 69S_2) \quad (17)$$

که \widehat{S}_i فیلتر شده S_i است. در این جا ذکر این نکته ضروری است که ضرایب به دست آمده از رابطه‌های (۱۳) تا (۱۷)، حالت قرینه دارند [۳]. نتایج هموار سازی برای ۱۰۰۰ داده به شرح جدول (۲) می‌باشد [۱].

جدول (۲): ارزیابی داده‌های با استفاده از الگوریتم هموارساز حداقل مربعات [۱].

پارامترها	مولفه موقعیت X	مولفه موقعیت Y	مولفه موقعیت Z
حداکثر	۵/۳۳۰۵	۶/۳۸۰۴	۴/۵۰۹۸
حداقل	۰/۰۰۲۶	-۰/۰۰۰۳	۰/۰۰۰۴
متوسط	-۰/۰۰۸۵	۰/۰۰۳۶	۰/۰۰۵۸
موثر	۲/۲۸۲۷	۳/۱۹۹۴	۱/۴۰۶۱

۳-۲- الگوریتم هموارساز پاسخ ضربه

افزایش سیگنال و کاهش نویز معمولا در حین هموارسازی داده به صورت همزمان انجام می‌گردد. البته در صورتی که شکل سیگنال اصلی در حین عمل پردازش، بدشکل نشود. هموارسازی بیش از حد می‌تواند نسبت سیگنال به نویز را کاهش دهد. در داده‌ها باید سازگاری میان کاهش نویز و آماده‌سازی آن به وجود آید. در اینجا دو هموارسازی داده، برای کاهش نویز و افزایش سیگنال می‌باشد. اما این مسئله ممکن است خصوصیات سیگنال را تغییر دهد. در مقابل، عدم پیچیدگی به خصوصیات سیگنال توجه می‌کند، اما با افزایش نویز همراه می‌شود. هموارسازی داده به صورت بلادرنگ باید بر اساس روش‌های کارا برای رسیدن به کاهش نویز مناسب و بودن از دست دادن وضوح باشد. برای حل این مسئله در این قسمت، یک الگوریتم هموارسازی تکرار شونده مورد مطالعه واقع شده است که از نظر محاسباتی کارا و روی وضوح سیگنال موثر می‌باشد.

قبل از ادامه بحث به صورت ریاضی مقادیر مختلفی باید تعریف و توضیح داده شوند. اولین تابع، تابع $x[n]$ است و از سیگنال و نویز به صورت رابطه (۱۸) ساخته می‌شود.

$$x[n] = y[n] + N[n] \quad (18)$$

سیگنال، از تابع $y[n] = s[n] * h[n]$ به دست می‌آید. تابع

معین شود تا منحنی غیرخطی بتواند برای هر بخش داده به صورت مجزا به کار رود. با جایگذاری همه نقاط (t_i, S_i) برای $2n + 1$ نقطه از داده‌های نمونه برداری شده به تساوی‌های روابط مطابق رابطه (۹) بدست می‌آیند. داریم:

$$\begin{cases} (C_0 + C_1 t_{-n} + C_2 t_{-n}^2 + \dots + C_m t_{-n}^m) - S_{-n} = R_{-n} \\ \vdots \\ (C_0 + C_1 t_0 + C_2 t_0^2 + \dots + C_m t_0^m) - S_0 = R_0 \\ \vdots \\ (C_0 + C_1 t_n + C_2 t_n^2 + \dots + C_m t_n^m) - S_n = R_n \end{cases} \quad (9)$$

که در روابط فوق، عبارات $R_i (i = -n, \dots, n)$ باقیمانده خطا از تقریب منحنی است. لازم به ذکر است که R_i ها لزوما به صفر نمی‌رسند. به همین دلیل ضابطه بهینه‌سازی به کار گرفته می‌شود تا ضریب C_j محاسبه شده و در نقاط داده نمونه‌برداری شده به کار رود. در این عبارت، C_j های بهینه به دست آمده برای $2n + 1$ مجموعه داده (t_i, S_i) ، عدد بزرگی می‌باشد که برای حداقل کرده آن از مجموع مربعات R_i ها مطابق رابطه (۱۰) استفاده می‌گردد. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} \sum_{i=-n}^{i=n} R_i^2 &= \sum_{i=-n}^{i=n} \left[\sum_{j=0}^{i+m} C_j t_i^j - S_i \right]^2 \\ &= \phi(C_0, C_1, \dots, C_m) \end{aligned} \quad (10)$$

که بردار ضرایب، $\phi(C_0, C_1, \dots, C_m)$ را برای حداقل کردن تابع هزینه با توجه به رابطه (۱۱) به کار می‌برد. داریم:

$$\frac{\partial \phi}{\partial C_k} = 2 \sum_{i=-n}^{i=n} (\sum_{j=0}^{i+m} C_j t_i^j - S_i) t_i^k = 0; \quad k = 0, 1, \dots, m \quad (11)$$

یا:

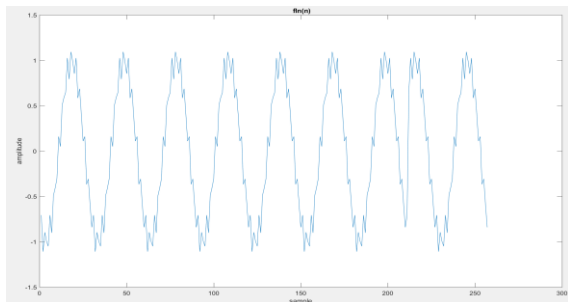
$$\sum_{i=-n}^{i=n} S_i t_i^k = \sum_{j=0}^{i+m} C_j \sum_{i=-n}^{i=n} t_i^{k+j} \quad (12)$$

در حالت کلی حداقل مربعات از چندجمله‌ای درجات m برای $m + 1$ نقطه داده، حتما از همه نقاط داده می‌گذرد تا زمانی که R_i ها به صفر برسند. به هر حال چند جمله‌ای ممکن است بین نقاط داده نوسان کند. برای حداقل کردن این نوسان‌ها، باید درجه چند جمله‌ای به کار گرفته شده از تعداد داده‌های استفاده شده کمتر باشد. از آنجایی که هیچ قانون عمومی برای انتخاب مناسب‌ترین درجه وجود ندارد، درجه چندجمله‌ای را از $\frac{1}{2}$ تا $\frac{3}{4}$ تعداد نقاط داده استفاده شده انتخاب می‌کنند. اگر منحنی از چندجمله‌ای درجه سه ($m = 3$) برای تنظیم ۵ نقطه داده نمونه سازگار شود، آنگاه $2n + 1 = 5$ می‌گردد. در این صورت برای به دست آوردن ضرایب‌های C_j ، رابطه‌های (۱۳) تا (۱۷) را خواهیم داشت:

$$\widehat{S}_{-2} = \frac{1}{70}(69S_{-2} + 4S_{-1} - 6S_0 + 4S_1 - S_2) \quad (13)$$

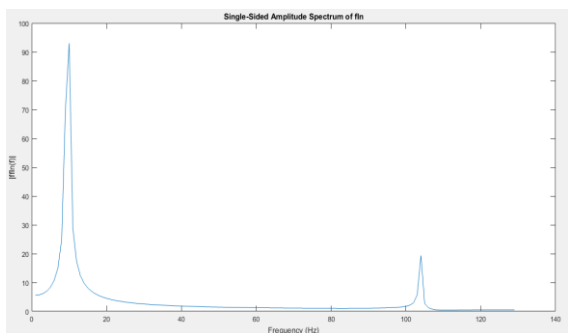
۴- الگوریتم هموارسازی پیشنهادی

در ابتدا الگوریتم پیشنهادی را با ذکر یک مثال تشریح می‌کنیم. فرض نماییم یک سیگنال سینوسی دارای نویز همانند شکل (۱) داریم.



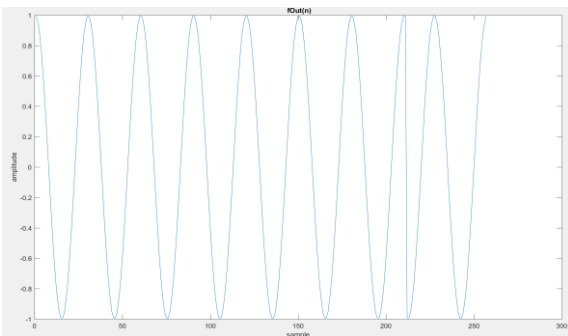
شکل (۱): سیگنال سینوسی نامنظم

برای هموارسازی این سینوسی نامنظم ابتدا طیف فرکانسی آن را همانند شکل (۲) رسم می‌کنیم.



شکل (۲): طیف فرکانسی سینوسی نامنظم شکل (۱)

طیف فرکانسی دارای دو بخش از اطلاعات سیگنال و نویز سیگنال می‌باشد که با عبور دادن این سیگنال از یک فیلتر FIR مناسب که باند قطع آن بین اندازه نویز و اندازه اطلاعات سیگنال باشد، می‌توان این سیگنال را هموار کرده و سیگنال سینوسی منظم را همانند شکل (۳) دریافت نمود.



شکل (۳): سیگنال سینوسی هموار شده مربوط به شکل (۱)

ذاتاً متغیر و $h[n]$ تابع سیستم و عمل ضرب کانولوشن نیز برای نشان دادن پیچیدگی فرآیند مطابق رابطه (۱۹) می‌باشد.

$$s[n] * h[n] = \sum_{m=-p}^{m=p} s[m]h[n-m] \quad (19)$$

روش‌های مختلف تلاش می‌کنند تا y را به وسیله هموارسازی x به دست بیاورند تا نویز را کاهش دهند. در این الگوریتم با چندبار حدس زدن پی‌درپی، مقدار y به دست می‌آید. این حدس‌ها بسته به پیچیدگی داده می‌باشد. با توجه به پیچیدگی داده حدس اول به صورت رابطه (۲۰) است:

$$y_1[n] = s[n] * h[n] \quad (20)$$

که x را با کمی کاهش وضوح هموار می‌کند. حدس دوم به صورت رابطه (۲۱) می‌باشد:

$$y_2[n] = y_1[n] + (x[n] - y_1[n]) * h[n] \quad (21)$$

رابطه بالا، مؤلفه $x[n] - y_1[n]$ شامل نویز و اطلاعات پایه است که در y_1 از دست رفته است. اگر هیچ نویزی در x وجود نداشت، اضافه کردن این تفاوت به y_1 ، مقدار y را درست می‌کرد، اما وجود نویز، مسئله را تغییر می‌دهد. با توجه به روابط (۲۰) و (۲۱)، تابع حدس برای مقدار y به صورت رابطه (۲۲) خواهد بود:

$$y_k[n] = y_{k-1}[n] + (x[n] - y_{k-1}[n]) * h[n] \quad (22)$$

تکرار این روش تابع y را نتیجه می‌دهد. در عمل، سومین یا چهارمین تکرار تقریب خوبی از y را حاصل می‌کند [۱۰].

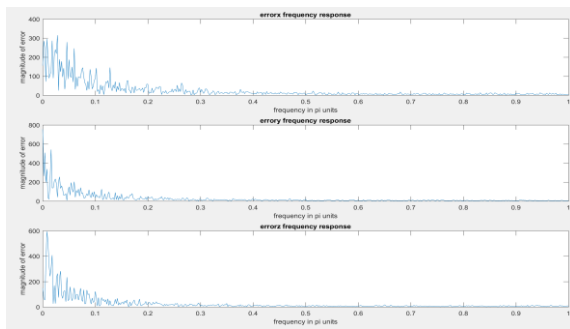
رابطه‌های (۲۰) تا (۲۲) که به عنوان تابع حدس مطرح شد، از ضرب کانولوشن در ضریب h استفاده می‌نماید. پس اولین قدم برای استفاده از این تابع، به دست آوردن مقدار h است. یعنی تعریف یک ضرب کانولوشن یا به عبارت دیگر: $H * H = ?$ و به طور عمومی: $H^n = ?$ که h^n به معنای n بار ضرب کانولوشن تابع h می‌باشد. طبق روابط گوسین، داریم:

$$h(z) = \frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} e^{-\alpha^2 z^2} \quad (23)$$

نتایج هموارسازی برای ۱۰۰۰ داده به شرح جدول (۳) می‌باشد.

جدول (۳): ارزیابی داده‌های با استفاده از الگوریتم هموارسازی پاسخ ضربه [۱].

پارامترها	مؤلفه موقعیت X	مؤلفه موقعیت Y	مؤلفه موقعیت Z
حداکثر	-۰/۱۵۳۴	-۰/۵۲۰۶	-۰/۲۳۶۶
حداقل	-۰/۰۹۶۶	-۰/۱۵۷۹	-۰/۱۷۹۷
متوسط	-۰/۱۲۱۶	-۰/۱۸۷۶	-۰/۲۱۱۰
موثر	۰/۱۲۲۳	۰/۱۸۸۱	۰/۲۱۱۲



شکل (۵): طیف فرکانسی خطای داده‌های اولیه در سه بعد مربوط به شکل (۴)

همان‌طور که از شکل (۵) مشاهده می‌شود خطاها دارای مولفه‌های فرکانس پائین می‌باشد، هر چند که برای هموارسازی باید فرکانس‌های پایین سیگنال عبور کرده و فرکانس‌های بالا حذف گردند. لذا در فیلتری که برای این کار طراحی می‌کنیم، سعی کردیم که با توجه به آن چه در شکل (۵) دیده می‌شود، جهت کاهش خطا در فرکانس‌های پائین تضعیف رخ دهد. البته باید به این نکته توجه کرد که در این مقاله یکی از اهداف اصلی ما پائین بودن مرتبه فیلتر می‌باشد.

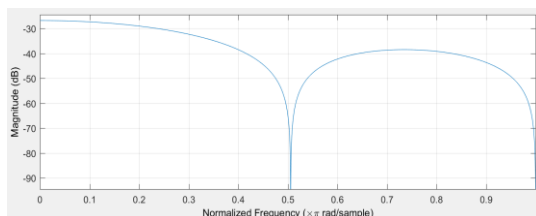
مرحله دوم) طراحی فیلتر

در این مرحله، با توجه به روش سعی و خطا، بهترین ضرائب و پائین‌ترین مرتبه فیلتر را به‌دست آورده و آن را در روند انجام الگوریتم به‌کار می‌بریم.

ویژگی‌های فیلتری که به‌دست می‌آوریم به شرح زیر می‌باشد:

۱. فرکانس باند عبور: ۰,۱ در مقیاس π
۲. فرکانس باند قطع: ۰,۴ در مقیاس π
۳. تلورانس باند عبور و باند قطع: ۰,۸ و ۰,۱

نمودار پاسخ فرکانسی فیلتر با این خصوصیات در شکل (۶) رسم شده است.



شکل (۶): طیف فرکانسی فیلتر پیشنهادی

نمودار پاسخ ضربه فیلتر مربوطه به‌صورت شکل (۷) می‌باشد.

برای هموارسازی داده‌های GPS به کمک فیلترهای FIR، روند کلی کار بدین صورت است که ۱۲۰۰ داده جمع‌آوری شده عملی در سه بعد (x, y, z) داریم. جهت شبیه‌سازی، این داده‌ها را همانند به‌روزرسانی شدن، به‌صورت یک ثانیه یک بار به ورودی الگوریتم داده و میانگین را به‌صورت بلادرنگ حساب نموده و مقدار خطای هر داده را با تفریق داده‌ها از میانگین در سه بعد محاسبه شده است. سپس این خطاهای دریافتی را از فیلتر پائین‌گذر عبور داده و داده‌های خروجی هموارشده دریافت خواهد شد.

مراحل گام به گام به‌صورت زیر می‌باشد:

مرحله اول) آماده‌سازی داده‌های خطا

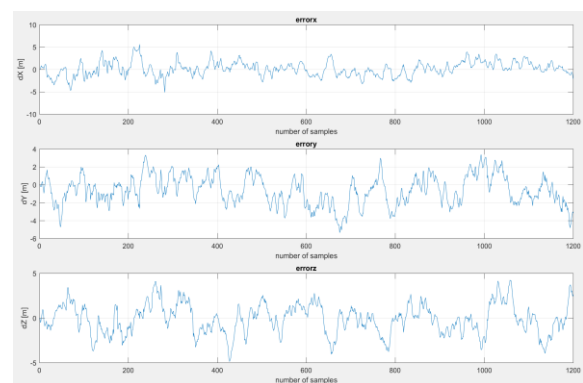
در هر مرحله، میانگین داده‌های دریافت‌شده در سه بعد با توجه به رابطه (۲۴) حساب شده و مقدار خطا با توجه به رابطه (۲۴)، از تفاضل داده‌ها با مقدار میانگین به‌دست می‌آید.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{1200} x_i}{1200} \quad (24)$$

که \bar{X} میانگین داده‌ها می‌باشد.

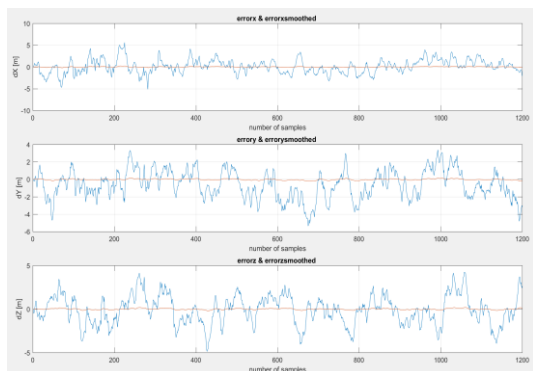
$$dx_i = x_i - \bar{X}, \quad i \in [1, 1200] \quad (25)$$

که x_i داده اولیه نام و dx_i خطای داده نام خطا نسبت به میانگین لحظه‌ای مطابق رابطه (۲۵) است. نمودار خطای داده‌ها برای ۱۲۰۰ داده برای سه بعد (x, y, z) در شکل (۴) رسم شده است.



شکل (۴): خطاها در داده‌های اولیه در سه بعد

پس از به‌دست آوردن داده‌های خطا، طیف فرکانسی داده‌های خطا برای سه بعد (x, y, z) در شکل (۵) رسم شده است.



شکل (۱۰): مقایسه داده‌های اولیه با داده‌های هموار شده

در شکل (۱۰)، نمودار به رنگ آبی مبین نمودار داده‌های اولیه و نمودار به رنگ نارنجی مبین نمودار داده‌های هموار شده است. در نهایت داده‌های خطا با مقادیر میانگین‌ها جمع شده و با توجه به رابطه (۲۶)، مقدار هموار شده اصلی را به ما تحویل می‌دهد.

$$d\hat{x}_i + \bar{X} = \hat{x}_i \quad (26)$$

مرحله چهارم) ارزیابی داده‌های به‌دست آورده شد

برای ارزیابی نتایج از معیار RMS برای معرفی دقت الگوریتم پیشنهادی استفاده می‌شود [۶-۷]. برای هر بعد دقت داده‌ها حساب شده و در مجموع دقت نهایی برای کل داده‌ها مطابق روابط (۲۷) محاسبه می‌شود.

$$rms_x = \sqrt{\frac{1}{1200} \cdot \sum_{i=0}^{1200} (error_x)^2}$$

$$rms_y = \sqrt{\frac{1}{1200} \cdot \sum_{i=0}^{1200} (error_y)^2}$$

$$rms_z = \sqrt{\frac{1}{1200} \cdot \sum_{i=0}^{1200} (error_z)^2} \quad (27)$$

در نتیجه RMS نهایی به‌صورت رابطه (۲۸) می‌باشد.

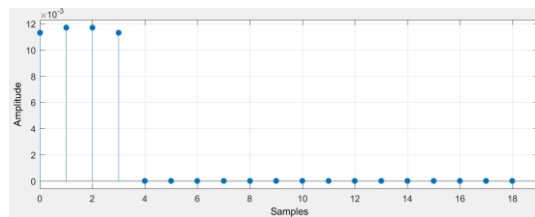
$$rms_{total} = \sqrt{rms_x^2 + rms_y^2 + rms_z^2} \quad (28)$$

ارزیابی‌ها برای داده‌های اولیه و داده‌های هموار شده به ترتیب در جدول‌های (۴) و (۵) نشان داده شده است.

جدول (۴): ارزیابی داده‌های اولیه

پارامترها	مولفه موقعیت X	مولفه موقعیت Y	مولفه موقعیت Z
حداکثر	۵/۵۹۵۱	۳/۳۷۶۱	۴/۲۳۶۵
حداقل	-۵/۱۵۰۸	-۵/۳۵۹۲	-۴/۸۴۶۸
متوسط	-۰/۱۲۹۷	-۰/۶۲۸۰	-۰/۱۲۳۲
موثر	۱/۵۸۱۸	۱/۷۵۰۲	۱/۶۹۲۱

$$rms_{total} = 2.9031m$$

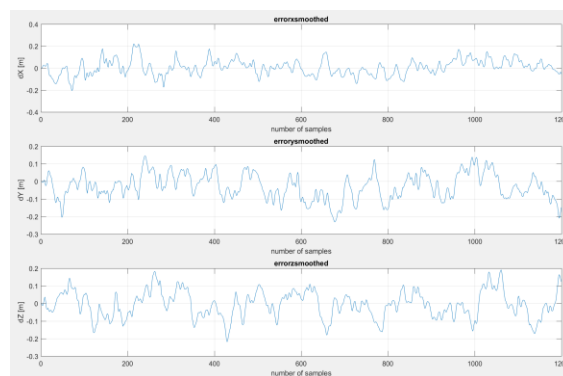


شکل (۷): پاسخ ضربه فیلتر پیشنهادی

همان‌طور که ملاحظه می‌شود فیلتر از مرتبه سه بوده و با طول چهار که دارای تقارن زوج می‌باشد. این فیلتر یک فیلتر FIR نوع سه بوده و در فرکانس‌های بالا دارای یک صفر ذاتی است و اجازه عبور از فرکانس‌های بالا را نمی‌دهد.

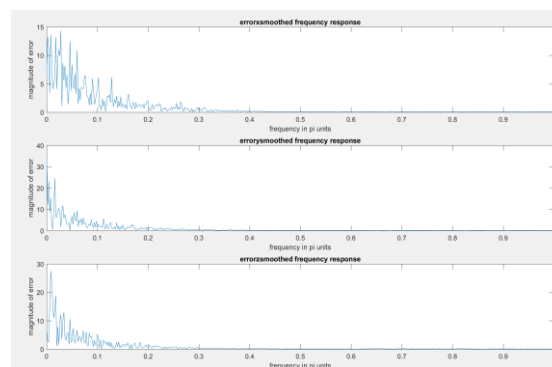
مرحله سوم) عبور دادن داده‌های خطا از فیلتر

پس از به‌دست آوردن ضرائب فیلتر، داده‌های خطا را از فیلتر، یک به یک عبور داده و داده‌های هموار شده را به‌دست می‌آوریم. نمودار داده‌های هموار شده در شکل (۸) رسم شده است.



شکل (۸) نمودار داده‌های هموار شده

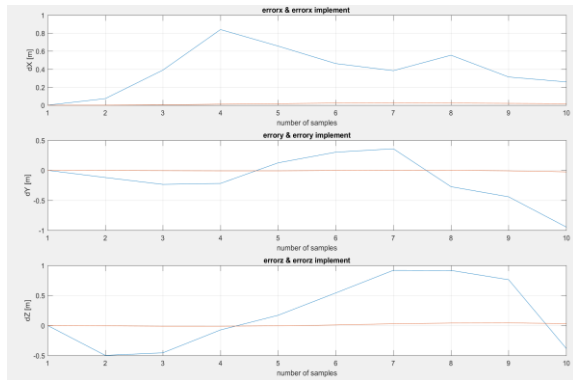
همان‌طور که مشاهده می‌شود تغییرات شدید در داده‌ها با توجه به شکل، کم‌تر شده و تغییرات داده‌ها هموارتر شده است. نمودار پاسخ فرکانسی داده‌های هموار شده به‌صورت شکل (۹) می‌باشد.



شکل (۹): طیف فرکانسی داده‌های هموار شده

و در نهایت داده‌های هموار شده با داده‌های خطا اولیه برای سه بعد در شکل (۱۰) مقایسه می‌شود.

نتایج جدول (۶) مبین کارایی بیشتر الگوریتم هموارسازی به کمک فیلتر پائین‌گذر نسبت به سایر الگوریتم‌ها می‌باشد. الگوریتم هموارسازی با استفاده از فیلترهای FIR، در سخت‌افزار Arduino شکل (۱۱) پیاده‌سازی و برای ۱۰ عدد از داده‌های GPS خروجی گرفته شده است. به دلیل پایین بودن مرتبه فیلتر، ساختار فیلتر پیاده‌سازی شده از نوع مستقیم می‌باشد.



شکل (۱۲): داده‌های هموار شده پیاده‌سازی شده

در شکل (۱۲) داده‌های پیاده‌سازی شده به رنگ نارنجی و داده‌های واقعی به رنگ آبی می‌باشند. نتایج ارزیابی داده‌های بدست آورده شده در پیاده‌سازی روش پیشنهادی روی سخت افزار، در جدول (۷) بیان شده است.

جدول (۷): مقایسه نتایج پیاده‌سازی و شبیه‌سازی

عنوان	داده‌ی اولیه	داده‌ی هموار شده شبیه‌سازی شده	داده‌ی هموار شده پیاده‌سازی شده
RMS	۰/۸۲۹۱m	۰/۲۷۳m	۰/۳۱۰m

با توجه به RMS نهایی برای ۱۰ داده‌ی شبیه‌سازی شده و پیاده‌سازی شده، پی به RMS کم که هر دو در حدود سه سانتی‌متر خواهد بود، می‌بریم.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک روش دقیق هموارسازی به کمک فیلترهای FIR برای پردازش داده‌های GPS ارائه شد. در نهایت نتایج به‌دست آمده و مقایسه با سه الگوریتم هموارسازی دیگر، بهبود این الگوریتم نسبت به سایر الگوریتم‌ها را نشان داد. همچنین فیلتر استفاده‌شده دارای مرتبه پائینی بوده و قابل پیاده‌سازی می‌باشد.

با توجه به نتایج به‌دست‌آمده در جدول‌های (۴) و (۵)، نشان داده شد که مقدار RMS خطا از ۲/۹ m به ۱۳ cm کاهش یافته و بهبود عملکرد این الگوریتم را توجیه می‌کند.

نتایج حاصله از اعمال روش پیشنهادی با خطا الگوریتم هموارسازی میانگین مجموع [۸]، الگوریتم هموارسازی حداقل مربعات [۹] و الگوریتم هموارسازی پاسخ ضربه [۱۰] برای هموارسازی ۱۰۰۰ داده، مطابق جدول (۶) مقایسه شد.

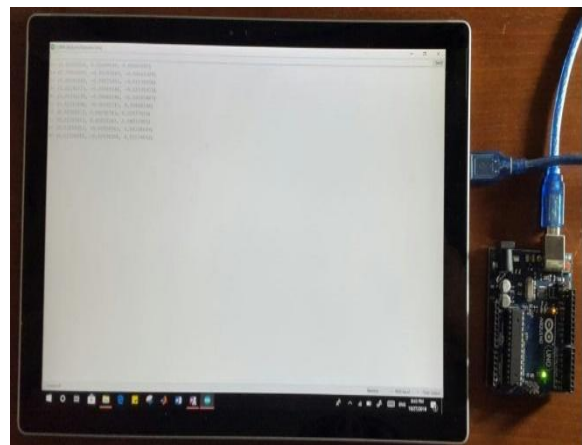
جدول (۵): ارزیابی داده‌های هموار شده بر حسب متر

پارامترها	مولفه موقعیت X	مولفه موقعیت Y	مولفه موقعیت Z
حداکثر	۰/۲۲۱۱	۰/۱۴۶۳	۰/۱۹۱۶
حداقل	-۰/۲۰۴۹	-۰/۲۳۰۸	-۰/۲۱۸۱
متوسط	۰/۰۰۶۱	-۰/۰۲۸۷	-۰/۰۰۵۸
موثر	۰/۰۷۰۳	۰/۰۷۸۷	۰/۰۷۶۲

$$rms_{totalsmoothed} = 0.1302m$$

جدول (۶): مقایسه دقت چهار روش هموارسازی

نام الگوریتم	دقت RMS بر حسب متر
الگوریتم هموارسازی میانگین مجموع	۳/۷۳۳۷
الگوریتم هموارسازی حداقل مربعات خطا	۴/۱۷۴۲
الگوریتم هموارسازی پاسخ ضربه	۰/۳۰۸۱
الگوریتم هموارسازی به کمک فیلتر پائین‌گذر	۰/۱۲۹۱



شکل (۱۱): سخت‌افزار پیاده‌سازی شده

۶- مراجع

- [۱] سید محمدرضا موسوی میرکلانی، مریم معاضدی، محمدجواد رضائی و امیر طباطبایی، مقابله با اختلال در گیرنده‌های GPS، انتشارات دانشگاه علم و صنعت ایران، ۱۳۹۴.
- [۲] سید محمدرضا موسوی میرکلانی، پردازش داده‌ها در گیرنده‌های تک فرکانسه GPS، انتشارات دانشگاه علم و صنعت ایران، ۱۳۸۹.
- [3] A. Quinquis, "Digital Signal Processing using MATLAB," Wiley-IEEE Press, 2008.
- [4] C. M. Rader and Bernard Gold, "Digital Filter Design Techniques in the Frequency Domain," Proceedings of the IEEE, vol. 55, no. 2, pp. 149-171, 1967.
- [5] A. V. Oppenheim, "Discrete-Time Signal Processing," Pearson Education India, 1999.
- [6] M. R. Mosavi, "GPS Data Smoothing," Journal of Remote Sensing, vol. 22, pp. 21-35, 2009.
- [7] M. R. Mosavi, A. Ayatollahi, and I. Emam Golipour, "Noise Smoothing for GPS Receivers Positioning Data using Wavelet Transform," International Review of Modelling and Simulations, vol. 4, no. 2, pp. 661-667, 2011.
- [8] M. R. Mosavi, "A Smoothing Algorithm for Low Cost GPS Receivers Data Processing," 15th Symposium and Exhibition on Remote Sensing and Assisting Systems, Syria, 18-21 September 2006.
- [9] M. R. Mosavi, "A Smoothing Algorithm based on Least-Squares Estimation for GPS Data Processing," The 29th Asian Conference on Remote Sensing (ACRS 2008), Sri Lanka, 10-14 November 2008.
- [10] M. R. Mosavi, "A Smoothing Algorithm based on Impulse Response for GPS Data Processing," The First National Data Mining Conference, Amirkabir University, 20-21 November 2007.