

شناسایی چهره با استفاده از طبقه‌بندهای نمایش تنک و SVD face

هدی خسروی^۱، ابوزر غفاری^{۲*}، جواد وحیدی^۳

۱- دانشجوی دکتری، گروه مهندسی کامپیوتر، واحد ساری، دانشگاه آزاد اسلامی، ساری، ایران

۲- استادیار، دانشگاه علم و صنعت ایران ۳- استادیار، دانشگاه علم و صنعت ایران

(دریافت: ۹۷/۰۸/۲۵، پذیرش: ۹۸/۰۷/۰۲)

چکیده

با توجه به نیاز روزافزون به ایجاد و توسعه سامانه‌های خودکار، مساله آشکارسازی و شناسایی چهره افراد در تصاویر از جایگاه ویژه‌ای برخوردار است. در سال‌های اخیر طبقه‌بندی مبتنی بر نمایش تنک خیلی مورد توجه محققین قرار گرفته است. در این مقاله روشی سریع و کارا برای شناسایی چهره مبتنی بر نمایش تنک ارائه می‌شود. با توجه به این که بازیابی نمایش تنک مبتنی بر بهینه‌سازی نرم L1 برای دیکشنری با ابعاد بالا دارای حجم محاسبات زیادی است، یک روش مبتنی بر بهینه‌سازی نرم L0 نرم‌شده (SL0) استفاده می‌شود. همچنین برای بالا بردن دقت شناسایی در بازشناسی چهره و تایید چهره تحت روشنایی‌های متغیر، روش تجزیه مقادیر منفرد (SVD) را می‌توان در مرحله استخراج ویژگی به کار برد. در این روش استخراج ویژگی ضرایب نرمال‌سازی شده تجزیه مقادیر منفرد (SVD)، به شرایط مختلف نورپردازی، حساسیتی ندارند که سبب می‌شود در تصاویر نرمالیزه شده اثر تغییرات شدت روشنایی کاهش یافته شود. در قیاس با روش‌های قبلی که در اغلب موارد حتی در صورت وجود اغتشاشات اندک نیز با شکست مواجه می‌گردند، این روش می‌تواند به صورت موفقیت‌آمیزی، اطلاعات ساختاری چهره را تولید نماید و همزمان با آن، مانع تاثیر روشنایی‌های مختلف از قبیل سایه‌های افکنده شود. استفاده از این شیوه برای بازشناسی و تایید نیرومند چهره در محدوده وسیعی از صحنه‌ها، نسبتاً مطلوب و قابل قبول است. نتایج شبیه‌سازی بر روی پایگاه داده Extended Yale B نشان می‌دهد که روش SL0 به همراه روش svd دقت بالایی در شناسایی چهره با حجم محاسباتی کمتر و سرعت بالاتر نسبت به روش مبتنی بر نرم L1 دارد.

واژه‌های کلیدی: شناسایی چهره، زیر فضای چهره، نمایش تنک، نرم صفر L0 نرم شده، نرم L1، SVD face

۱- مقدمه

در این زمینه روش‌های زیادی ارائه شده‌اند، اما نکته خیلی مهمی که در این زمینه وجود دارد این است که: کدام ویژگی، حاوی اطلاعات زیاد با اهمیت بالا برای هدف شناسایی است. با توجه به شکل هندسی و ظاهری چهره، در این زمینه از فیلتر بانک‌های ثابت (فوریه، گابور، موجک) که ابزارهایی مناسب برای تحلیل سیگنال‌های ایستادن مثل بافت هستند، استفاده نمی‌شوند. بلکه از روش‌هایی که به صورت وقتی ویژگی‌های چهره را بر پایه تصاویر داده شده استخراج می‌کنند به کار گرفته می‌شود، از جمله این روش‌ها می‌توان به Eigenface [۲]، Fisherfaces [۳]، Laplacianfaces [۴] اشاره نمود (شکل ۱). با استفاده از این ویژگی‌ها و طراحی یک طبقه‌بند مثل نزدیک‌ترین همسایگی NN، نزدیک‌ترین زیرفضا NS یا ماشین بردار پشتیبان SVM عمل شناسایی چهره انجام می‌شود. با توجه به روند طراحی الگوریتم شناسایی چهره دیده می‌شود که عملکرد الگوریتم وابسته به دو بخش انتخاب ویژگی و انتخاب طبقه‌بند است. یعنی اگر یک ویژگی به خوبی انتخاب شده باشد یک طبقه‌بند ساده می‌تواند عملکرد خوبی از خود نشان دهد یا یک طبقه‌بند با وجود

تشخیص چهره در طول بیست سال گذشته توجه محققان بسیاری را در زمینه‌های مختلف از قبیل مسائل امنیتی، روانشناسی و مهندسی به خود جلب نموده است. از طرفی با پیشرفت فناوری شاهد رشد روزافزون تعاملات میان انسان و کامپیوتر هستیم که در این تعامل، مساله شناسایی چهره از گام‌های اساسی به‌شمار می‌رود. تشخیص چهره که یکی از ابزارهای مهم برای شناسایی در حوزه بیومتریک است و الگوریتم‌های مختلفی در رابطه با آن پیشنهاد شده است. اگرچه اکثر آنها، در کاربردهای مختلف و حوزه‌های تحقیقاتی بی‌شمار، پیشرفت قابل توجهی را تجربه کرده‌اند، اما هنوز با چالش‌های بزرگی از قبیل تغییرات شدت روشنایی، ژست^۲، حالت چهره^۳ و انسداد، مواجه هستند [۱].

*ایانامه نویسنده مسئول: aboazar_ghaffari@iust.ac.ir

² Gesture

³ facial expression

BP است، به جای الگوریتم BP استفاده نمود. الگوریتم SLO در حالتی که شرایط یکتایی به درستی رعایت شده باشد، این الگوریتم از هر دو لحاظ عملکرد و سرعت نسبت به الگوریتم BP برتری دارد [۷].

در اینجا، ابتدا مروری بر مفاهیم SVD face خواهیم داشت و سپس روش طبقه‌بندی مبتنی بر نمایش تنک را معرفی می‌کنیم. در ادامه نتایج شبیه‌سازی را ارائه می‌دهیم.

۲- SVD face

نرمال‌سازی روشنایی، وظیفه مهمی در حوزه‌های مختلف پردازش تصویر از قبیل تطبیق تصاویر^۸، بینایی استریو^۹، و آشکارسازی اشیاء^{۱۰}، به‌شمار می‌رود [۶]. اخیراً، یکی از مهم‌ترین کاربردهایش، به بازشناسی چهره تحت شرایط مختلف روشنایی، اختصاص پیدا کرده است. با این حال، تغییر روشنایی در چهره‌ها، غالباً مشکلات نامطلوبی از قبیل موارد زیر را در پی دارد: مثلاً لبه‌های بدلی^{۱۱} حاصل از سایه‌ها، با مرزهای واقعی مولفه‌های چهره از قبیل چشم‌ها و دهان، اشتباه گرفته می‌شوند.

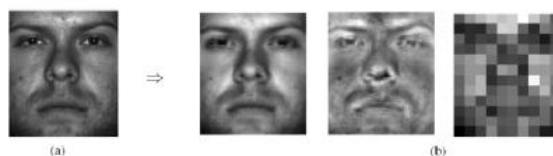
در روش SVD face، ایده غالب برای حل این مشکل، مدل‌سازی تصویر I، به‌صورت حاصل ضرب مولفه‌های بازتابش^{۱۲} R و روشنایی L می‌باشد (یعنی، I=R.L) [۸]. سودمندی طرح مبتنی بر SVD، به این واقعیت برمی‌گردد که طرح مورد نظر، توزیع شدت‌های محلی را فاکتوربندی می‌کند و ضریب‌های متناظر (یعنی مقادیر منفرد)، احتمالاً می‌توانند مشخصات روشنایی را آشکار نمایند.

بر این اساس، SVD را بر روی بلوک محلی B(x,y) حاوی N×N پیکسل، که موقعیت پیکسلی (x,y) در مرکز آن قرار دارد، اعمال می‌شود: B(x,y)=USV^T. در اینجا، U و V، معرف ماتریس‌های متعامد U^TU=I و V^TV=I هستند. درایه‌های قطری S=diag(λ₁,...,λ_n)، به مقادیر منفرد B(x,y) اشاره می‌کنند. در ادامه، بزرگترین مقدار منفرد (تکین) λ₁ را از طریق جمع مقادیر منفرد به شرح زیر، نرمال‌سازی می‌شود:

$$SF(x,y) = \frac{\lambda_1}{\sum_{j=1}^N \lambda_j} \quad (1)$$

در اینجا، λ₁ بیانگر ژ آمین مقدار منفرد می‌باشد. توجه به این

ساده‌ترین ویژگی‌ها دارای عملکرد خیلی خوبی باشد. رایت^۱ و همکارانش، جهت به‌دست آوردن خطای بازسازی کمینه^۲ در الگوریتم‌های مبتنی بر طبقه‌بند از قبیل NN و NS، روش دسته‌بندی مبتنی بر نمایش تنک (SRC) [۵] را پیشنهاد کردند که به‌خصوص در صورت وجود انسداد نسبی در تصاویر چهره، عملکردی بهتر از NN و NS را ارائه می‌نماید. در اولین گام، تصویر آزمایش به‌صورت ترکیب خطی با ضرایب تنک از همه تصاویر آموزش مدل می‌شود. در ادامه، خطاهای بازسازی بین تصاویر آزمایش و بازنمایی موجود در هر دسته داده آموزش، به‌دست خواهند آمد. در پایان، تصویر آزمایش، به برجسته‌ترین دسته‌آی تخصیص داده می‌شود که از کمترین پسماند^۳ در خطاهای بازسازی برخوردار است. نتایج آزمایش، ثابت می‌کنند که SRC، به‌خصوص در زمینه انسداد و تحمل محیط‌های دارای نویز، عملکرد بسیار خوبی را ارائه خواهد نمود.



شکل (۱): (a) تصویر چهره اصلی (b) نمایش ۱۲۰ بعدی بر حسب چهار ویژگی متفاوت (از چپ به راست): Eigenfaces. Laplacianfaces (down-sampled 12*10) [۵].

در این مقاله از روش SVD face در مرحله پیش پردازش استفاده شود. این روش می‌تواند مولفه‌های معنادار و ساختاری چهره مانند چشم‌ها و دهان را در حضور تغییرات شدت روشنایی به خوبی استخراج نماید. این سبب بهبود دقت در شناسایی چهره می‌شود [۶]. در اینجا از روش نمایش تنک برای طبقه‌بندی ویژگی‌های استخراج‌شده استفاده می‌شود. این روش دارای عملکرد بهتری نسبت به بقیه روش‌های طبقه‌بندی دارد. از جمله ویژگی‌های خیلی مهم و متمایزکننده این روش از سایر روش‌ها، مقاوم بودن این روش در مقابل محوشدگی بخشی از چهره می‌باشد. در این روش برای پیدا کردن جواب تنک از روش بهینه‌سازی نرم L1 یا برنامه‌سازی خطی (LP^۵) یا جستجوی پایه (BP^۶) استفاده می‌کند. در ادامه برای کمینه نمودن پیچیدگی محاسباتی و زمان اجرای برنامه از روش بهینه‌سازی نرم L0 نرم‌شده (SLO^۷) [۷] که دارای سرعت همگرایی بالاتری نسبت به

- 1 Wright
- 2 minimum reconstruction error
- 3 class label
- 4 residual
- 5 Linear Programming
- 6 Basis Pursuit
- 7 Smoothed ℓ_0

- 8 image registration
- 9 stereo vision
- 10 object detection
- 11 spurious edges
- 12 reflectance

n_i نمونه آموزش کلاس i ام در ستون‌های ماتریس $A_i = [V_{i,1}, V_{i,2}, \dots, V_{i,n_i}] \times R^{m \times n_i}$ قرار داده می‌شود. در شناسایی چهره، تصویر سیاه سفید با ابعاد $w \times h$ بوسیله بردار $v \in R^m$ با پشت سرهم قرار دادن ستون‌های تصویر نشان داده می‌شود. ستون‌های A_i تصاویر چهره آموزش شخص i ام است.

برای A_i انواع مدل‌ها و نمایش‌های زیادی بیان شده است. یکی از مدل‌های ساده و موثر این است که یک تصویر یا ویژگی استخراج شده از یک کلاس متعلق به زیرفضای خطی است. یکی از این مدل‌ها بیان می‌دارد که تصاویر چهره یکسان تحت تغییرات نور یا سیما یک زیرفضای تقریبی با ابعاد پایین در فضای R^m را زیر پوشش قرار می‌دهند، این مدل به نام زیرفضای چهره [۹-۱۰] شناخته شده است. این مدل به نوعی این بیان را دارد که هر کلاس تصویر بخش کوچکی از فضای m بعدی را اشغال کرده است. برای سادگی در اینجا فرض می‌شود که نمونه‌های آموزش هر کلاس یک زیرفضا می‌سازند. از این رو هر نمونه بردار تست $y \in R^m$ از کلاس i ام را می‌توان به‌طور تقریبی به‌صورت ترکیب خطی بردارهای نمونه آموزش کلاس i ام با مقادیر اسکالر $a_{i,j} \in R, j=1, \dots, m$ نوشت:

$$y = a_{i,1}v_{i,1} + a_{i,2}v_{i,2} + \dots + a_{i,n_i}v_{i,n_i} \quad (2)$$

از آنجایی که تعلق کلاس i ام نمونه تست مشخص نمی‌باشد، ماتریس A را با پشت سرهم گذاشتن ماتریس‌های A_i به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$A = [A_1, A_2, \dots, A_k] \in R^{m \times n} \quad (3)$$

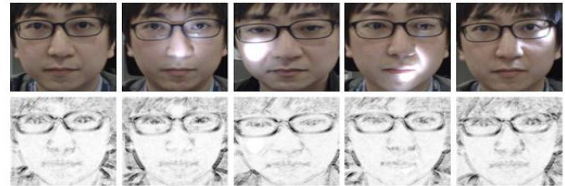
بنابراین، نمایش خطی نمونه بردار تست $y \in R^m$ به شکل زیر بازنویسی می‌شود:

$$y = Ax_0 \in R^m \quad (4)$$

که $x_0 = [0, \dots, 0, a_{i,1}, \dots, a_{i,n}, 0, \dots, 0]^T$ بردار ضرایب است که همه درایه‌های آن به جز درایه‌های مربوط به کلاس i ام برابر با صفر هستند. از آنجایی که درایه‌های بردار x_0 هویت نمونه تست y را نشان می‌دهند از این رو، حل معادله خطی $y = Ax$ دارای اهمیت است. در مقایسه با روش‌های محلی NS و NN، در اینجا به‌صورت سراسری عمل می‌شود. واضح است که جواب معادله خطی $y = Ax$ وابسته به نسبت تعداد معادلات m به تعداد مجهولات n است. اگر $m > n$ ، معادله خطی $y = Ax$ فرامعین

نکته حائز اهمیت است که مقدار λ_1 نرمال‌سازی شده به‌عنوان ویژگی انتخاب می‌شود، زیرا این مقدار، انرژی زیرفضای غالب را نشان می‌دهد.

برخی نمونه‌های Svd face های ما را در شکل (۲) مشاهده می‌گردد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، روش پیشنهادی، با موفقیت خوبی، ساختارهای زیرین چهره را در شرایط نورپردازی مختلف حفظ خواهد نمود.



شکل ۲: برخی نمونه‌های Svd face. توجه داشته باشید که روش Svd face، همواره یک چهره واحد را تحت روشنایی‌های مختلف بازنمایی می‌کند (سمت چپ‌ترین تصویر، تصویر گرفته‌شده تحت نور خنثی است) [۶].

تاکید بر این نکته حائز اهمیت است که Svd face، علاوه بر آنچه بیان گردید، حتی در صورت تغییر ناگهانی شرایط روشنایی نیز عملکرد کاملاً خوبی دارد (ستون‌های سوم و چهارم شکل (۲) را مشاهده فرمایید). خلاصه الگوریتم Svd face در زیر نشان داده شده است.

جدول ۱. Svd face [۶]

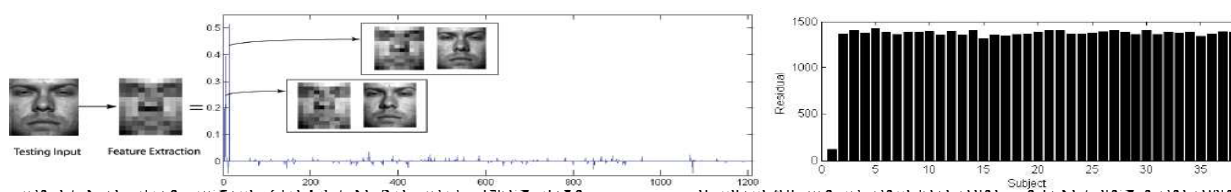
```
for (x,y)=(1,1) to (W,H) do
    (where W and H are width and height of the image.)
    *Conduct SVD on each pixel position using the
    neighbor region B(x,y) of N×N pixels:
    B(x,y)=USVT, where S=diag(λ1,λ2,...,λN)
    * Conduct the relaxation of singular values: λj=λj+τ
    *Normalize the largest singular value as follows:
    SF(x,y) = λ1 / ∑j=1N λj
```

End for

Svd face: Scale SF(x,y) values from 0 to 255.

۳- طبقه‌بندی مبتنی بر نمایش تنک خطی

مساله پایه‌ای در شناسایی یک شی، تعیین کلاس داده آزمایش با استفاده از نمونه‌های آموزش برجسب‌دار از k کلاس مجزا است.



خواهند بود و جواب یکتا می تواند پیدا شود. بر مساله شناسایی چهره معادله $y=Ax$ به طور معمولی فرم معین $m < n$ است از این رو جواب آن یکتا نیست. برای حل این مشکل معمولاً از جواب نرم دوم L_2 استفاده می‌شود:

$$(L_2) \quad \hat{x}_0 = \arg \min \|x\|_2 \quad (5)$$

$$s.t., y = Ax$$

در حالی که بهینه‌سازی این مساله به سادگی با شبه معکوس ماتریس A قابل حل است اما به دلیل تنگ نبودن جواب (به طور کلی)، این جواب حاوی اطلاعات خاصی برای کاربرد شناسایی چهره نیست. با توجه به ماهیت مساله و مفهوم مدل زیرفضای چهره، روش‌های نمایش تنگ برای حل این مشکل پیشنهاد داده می‌شوند. یک جواب خیلی تنگ X_0 با توجه به مفاهیم بیان شده، توانایی شناسایی هویت نمونه تست Y را دارد. از این رو، روش پیدا کردن تنگ ترین جواب معادله $y=Ax$ با حل مساله بهینه‌سازی (۶) پیشنهاد داده می‌شود.

$$(L_0) \quad \hat{x}_0 = \arg \min \|x\|_0 \quad (6)$$

$$s.t., y = Ax$$

$\|x\|_0$ نمایانگر نرم صفر L_0 است یعنی تعداد داریه های مخالف صفر را می‌شمارد. نشان داده شده است در حالی که ماتریس A تصادفی باشد آنگاه اگر معادله $y=Ax$ دارای جوابی است که تعداد عناصر غیر صفر آن کوچکتر از نصف تعداد معادلات $m/2$ است، این جواب یکتا است یعنی $\hat{x}_0 = x_0$ [۱۱]. قضیه کلی یکتایی جواب تنگ با تعریف اسپارک ماتریس A بیان می‌شود. مساله پیدا کردن تنگ ترین جواب به دلیل مشتق پذیر نبودن نرم صفر یک مساله سخت است. چند روش تقریبی برای حل این مشکل ارائه شده‌اند. در ادامه دو روش ارائه شده برای حل این مشکل را به طور خلاصه بیان می‌شود.

۳-۱. پیدا کردن جواب تنگ با مینیمم کردن نرم L_1

بسیاری از روش‌های حل (۶) با استفاده از یک تابع هزینه، که معیاری از تنگ بودن پاسخ است، سعی در یافتن تنگ‌ترین پاسخ توسط حل یک مساله بهینه‌سازی دارند. هر چه تابع هزینه انتخاب شده معیار بهتری از تنگ بودن بردار x باشد، دقت جواب نهایی بیشتر است، اما از جهتی تابع هزینه‌ای مطلوب است که حل مساله بهینه‌سازی آن ساده تر باشد. دسته‌ای از روش‌ها از

$$(L_1) \quad \hat{x}_0 = \arg \min \|x\|_1 \quad (7)$$

$$s.t., y = Ax$$

جایگزینی نرم L_0 با نرم L_1 مساله بهینه‌سازی را به یک مساله محدب تبدیل می‌کند که روش حل آن ((جستجوی پایه)) (BP) یا برنامه‌ریزی خطی است. در [۱۲] اثبات شده است که برای غالب دستگاه‌های خطی فرومعیین، حداقل کردن نرم L_0 و نرم L_1 به یک جواب که همان تنگ‌ترین جواب است، منجر می‌شوند. البته در این روش شرط یکتایی نسبت به شرط یکتایی پاسخ (۶) خیلی محدود شده است. این یکی از دلایلی است که بعضی از محققین به سراغ ایده‌هایی رفتند که مساله نرم صفر را مستقیماً حل نمایند. در [۵] از مدل نویزی (۷) به صورت زیر برای شناسایی چهره استفاده می‌کند.

$$(L_1) \quad \hat{x}_0 = \arg \min \|x\|_1 \quad (8)$$

$$s.t., \|y - Ax\|_2 \leq \varepsilon$$

در اینجا از مدل $y=Ax_0+z$ برای نمایش نمونه آزمایش استفاده می‌کند که $z \in \mathbb{R}^m$ شامل مدل نویز با انرژی محدود $\|z\|_2 \leq \varepsilon$ است.

۳-۲. پیدا کردن جواب تنگ با مینیمم کردن نرم صفر L_0 نرم‌شده

ایده اصلی این روش برای تقریب نرم صفر L_0 بردار x ، استفاده از تابع پیوسته و هموار به شکل زیر است:

$$\|x\|_0 \approx m - \sum_i \exp\left(\frac{-x_i^2}{2\sigma^2}\right) = m - F_\sigma(x) \quad (9)$$

اگر σ در رابطه بالا به سمت صفر میل داده شود، علامت تقریب به تساوی تبدیل می‌شود. بنابراین، بیشینه کردن تابع $F_\sigma(x)$ برای σ کوچک معادل با حداقل کردن نرم L_0 است. از این رو صورت مساله بهینه‌سازی به فرم زیر خواهد بود:

$$(slo) \quad \hat{x}_0 = \arg \max F_\sigma(x) \quad (10)$$

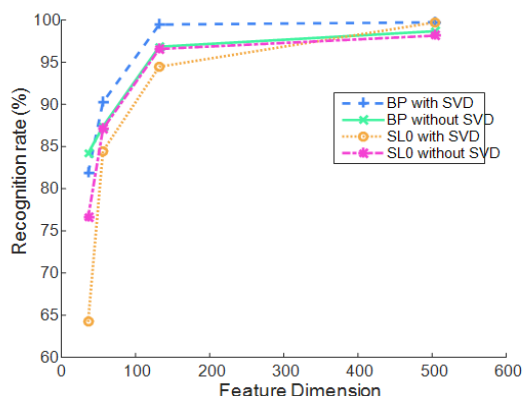
$$s.t., y = Ax$$

برای یافتن پاسخ مساله بالا از الگوریتم بیشینه‌سازی سرازیرترین

در این مثال از تصویر down-sample شده به‌عنوان ویژگی استفاده می‌کند و تصویر تست متعلق به اولین کلاس است. همان‌طور که از نمایش تنک نمایان است، ضرایب مربوط به کلاس یک از اندازه بزرگتری برخوردارند. در این شکل تصاویر مربوط به دو ضریب بزرگتر در نمایش تنک نیز نشان داده است، این تصاویر به درستی چهره شخص را شناسایی نمودند. این موضوع به وسیله نمودار $r_i(y)$ نیز تایید شده است. $r_i(y)$ کمترین مقدار را دارد و نمونه تست را به کلاس یک اختصاص می‌دهد.

۴- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش، عملکرد طبقه‌بندی با نمایش تنک را با ویژگی down sampling و SVD face بررسی می‌نماییم. در اینجا از پایگاه داده Extended Yale B استفاده می‌کنیم. این پایگاه داده شامل ۲۴۱۴ تصویر چهره از نمای جلو ۳۸ شخص است. تمام تصاویر در ابعاد 168×192 در انواع شرایط نور کنترل شده آزمایشگاه گرفته شده است. برای هر کلاس، ۵۴ تصویر آموزش و ۱۰ تصویر آزمایش به‌طور تصادفی انتخاب می‌نماییم. ما درصد شناسایی صحیح الگوریتم را برای تعداد ویژگی‌های متفاوت ۱۳۲، ۵۶، ۳۶، و ۵۰۴ محاسبه می‌کنیم. این اعداد به ترتیب متناسب با نسبت‌های down sampling $1/32$ ، $1/16$ ، $1/8$ و $1/4$ هستند. همچنین برای SVD، از $N=7$ (یعنی 7×7 پیکسل برای B) و $\tau=10$ بهره می‌گیریم. در اینجا عملکرد طبقه‌بندی با نمایش تنک به ازای الگوریتم‌های BP+SVD، SL0، BP، SL0 و BP+SVD محاسبه نموده و نتایج آنها با هم مقایسه می‌شود. نتایج آزمایش در نمودار شکل (۴) نمایش داده شده است.



شکل (۴): نرخ تشخیص شناسایی چهره برای پایگاه داده Extended Yale B

همان‌طور که نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد، ترکیب الگوریتم‌های SVD و نمایش تنک مبتنی بر SL_0 ، یک روش با حجم محاسبات کم و دقت بالا نسبت به الگوریتم پیشنهادی BP

شیب استفاده می‌شود. جزئیات الگوریتم بهینه‌سازی مساله (۱۰) به نام الگوریتم SLO در [۷] بیان شده است. از ویژگی‌های مهم این الگوریتم سرعت همگرایی بالا و عملکرد خوب آن نسبت به الگوریتم BP است.

۳-۳. طبقه‌بندی با نمایش تنک

برای نمونه آزمایش جدید y از یکی کلاس‌های مجموعه آموزش، ابتدا نمایش تنک \hat{x}_0 از طریق (۷) یا (۸) یا (۹) به‌دست آورده می‌شود. به‌طور ایده‌آل عناصر غیرصفر در تخمین x_0 در رابطه با ستون‌های کلاس نام هستند. از این رو به راحتی می‌توان نمونه تست y را به آن کلاس اختصاص داد. هرچند، به دلیل خطای مدل و نویز این چنین نخواهد بود. بلکه درایه‌های غیرصفر کوچک متناظر با بقیه کلاس‌ها نیز موجود است. بر پایه این نمایش، طبقه‌بندهای زیادی می‌توان برای شناسایی طراحی نمود. یکی از ساده‌ترین روش‌ها، کلاسی که دارای بزرگترین درایه غیر صفر است به‌عنوان برنده معرفی شود. اما یک روش به نظر منطقی‌تر و ذهنی‌تر که در [۵] پیشنهاد شده این است که کدام ترکیب خطی نمونه‌های آموزش کلاس‌ها با ضرایب به‌دست‌آمده از نمایش تنک، تقریب بهتری از نمونه آموزش y ارائه می‌دهد.

برای هر کلاس i بردار $\delta_i(\hat{x}_0) \in \mathbb{R}^m$ برگرفته از \hat{x}_0 به این صورت تعریف می‌شود که درایه‌های متناظر با کلاس‌های مخالف i در آن برابر با صفر قرار داده شده است. با این تعریف، تقریب نمونه آزمایش y با استفاده از نمونه‌های آموزش کلاس نام برابر با $y_i = A\delta_i(\hat{x}_0)$ است. در ادامه طبقه‌بندی y بر پایه بهترین تقریب انجام می‌شود یعنی کلاسی برنده انتخاب می‌شود که دارای کمترین خطای تخمین باشد:

$$\min_i r_i(y) = \min_i \|y - A\delta_i(\hat{x}_0)\|_2 \quad (11)$$

الگوریتم طبقه‌بندی به‌طور خلاصه در زیر بیان شده است.

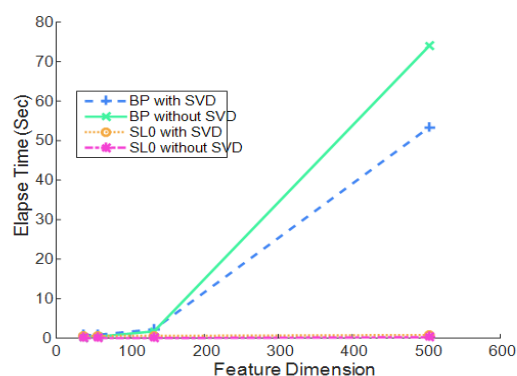
طبقه‌بندی با نمایش تنک SRC:

- ورودی: ماتریس نمونه‌های آموزش $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$ و نمونه آزمایش $y \in \mathbb{R}^m$.
 - نرمالیزه کردن ستون‌های ماتریس A .
 - به‌دست آوردن نمایش تنک برای نمونه آزمایش با استفاده از یکی از روش‌های (۷) یا (۸) یا (۹).
 - محاسبه خطای تخمین برای همه کلاس‌ها:
- $$r_i(y) = \|y - A\delta_i(\hat{x}_0)\|_2, i=1, \dots, k$$
- خروجی: شناسایی y با $\min_i r_i(y)$.

شکل (۴) به‌طور خلاصه عملکرد این الگوریتم را نمایش می‌دهد.

- kernel sparse Representation,” future computer system, 2016.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.futer.2016.07.007>.
- [2] M. Turk and A. Pentland, “Eigenfaces for recognition,” In Computer Vision and Pattern Recognition, 1991.
- [3] P. Belhumeur, J. Hespanha, and D. Kriegman, “Eigenfaces vs. Fisherfaces: recognition using class specific linear projection,” IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 19, no. 7, pp. 711–720, 1997.
- [4] X. He, S. Yan, Y. Hu, P. Niyogi, and H. Zhang, “Face recognition using Laplacianfaces,” IEEE Transactions on pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 27, no. 3, pp. 328–340, 2005.
- [5] J. Wright, A. Y. Yang, A. Ganesh, S. S. Sastry, and Yi Ma, “Robust face recognition via sparse representation,” IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, no. 2, pp. 210–227, February 2009.
- [6] K. Wonjun, S. Sungjoo, H. Wonjun, and H. Jae-Joon, “SVD Face: Illumination-Invariant Face Representation,” IEEE Signal Processing Letters, vol. 21, no. 11, Nov. 2014.
- [7] H. Mohimani, M. Babaie-Zadeh, and C. Jutten, “A fast approach for overcomplete sparse decomposition based on smoothed L1 norm,” IEEE Trans. on Signal Proc, vol. 57, no. 1, pp. 289–301, January 2009.
- [8] B. Horn, “Determining lightness from an image,” Comput. Graph. Image Process., vol. 3, no. 1, pp. 277–299, 1974.
- [9] X. He, S. Yan, Y. Hu, P. Niyogi, and H. Zhang, “Face recognition using Laplacianfaces,” IEEE Transactions on pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 27, no. 3, pp. 328–340, 2005.
- [10] R. Basri and D. Jacobs, “Lambertian reflectance and linear subspaces,” IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 25, no. 2, pp. 218–233, 2003.
- [11] D. Donoho and M. Elad, “Optimal sparse representation in general (nonorthogonal) dictionaries via L1 minimization,” Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, pp. 2197–2202, March 2003.
- [12] D. Donoho, “For most large underdetermined systems of linear equations the minimal L1 norm solution is also the sparsest solution,” Tech. Rep., 2004.

در [۵] است. همان‌طور که در شکل (۴) دیده می‌شود الگوریتم BP و SL_0 به ترتیب دارای نرخ شناسایی تقریباً ۹۷ و ۹۶ درصد می‌باشند. در صورتی که این دو الگوریتم به همراه عملیات پیش پردازش SVD به نرخ شناسایی ایده آل، تقریباً ۱۰۰ درصد می‌رسند. زمان صرف شده توسط CPU بر حسب ثانیه برای الگوریتم‌ها برای شناسایی یک چهره در شکل (۵) ارائه شده‌اند. همان‌طور که از نتایج شبیه‌سازی می‌بینیم، الگوریتم SL_0+SVD هنگامی که تعداد ویژگی‌ها زیاد می‌شود، عملکرد بهتری نسبت به سایر الگوریتم‌ها دارد. به بیانی هنگامی که تعداد ویژگی‌ها زیاد است استفاده از الگوریتم SL_0+SVD عملکردی مشابه با الگوریتم BP+SVD دارد در حالی که دارای حجم محاسبات کمتر و سرعت بسیار بالاتری می‌باشد.



شکل (۵): زمان صرف شده توسط CPU در ابعاد ویژگی ۵۰۴، ۱۳۲، ۵۶، ۳۲.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، ضمن بررسی عملکرد روش SVD face در مرحله پیش پردازش و طبقه‌بندی نمایش تنک در شناسایی چهره، عملکرد الگوریتم SL_0 یا نرم صفر L_0 نرم شده در کاربرد شناسایی چهره مورد بررسی قرار گرفت. به بیانی در این مقاله از ایده الگوریتم SL_0 به همراه الگوریتم SVD جهت دستیابی به سرعت و دقت بالا در کاربرد طبقه‌بندی مبتنی بر نمایش تنک SRC استفاده شد. روش SL_0+SVD ضمن داشتن سرعت بالا از عملکرد مشابه طبقه بند نمایش تنک با BP برخوردار است.

الگوریتم SL_0 در حالتی که شرایط یکتایی نمایش تنک به درستی رعایت شده باشد، از هر دو لحاظ عملکرد و سرعت نسبت به الگوریتم BP برتری دارد [۵]. در مساله شناسایی چهره به نظر می‌رسد که شرایط به درستی برقرار نبوده یا اینکه الگوریتم در مینیمم‌های محلی گیر می‌افتد. به همین دلیل برای بهبود عملکرد و بهره‌گیری از سرعت بالای الگوریتم SL_0 می‌توان از ایده نمایش تنک وزن دار به همراه الگوریتم SVD به‌عنوان کار آینده استفاده کرد.

۶- مراجع

- [1] L. Xingang, L. Lingyun, SH. Zhixin, and L. Kaixuan ,
“A novel face recognition algorithm via weighted